УДК 621.317.421

КАЛИБРОВКА ВЕКТОРНОГО МАГНИТОМЕТРА НА ОСНОВЕ МИНИМИЗАЦИИ НЕВЯЗКИ

© **И. Н. Злыгостев**[1], **Ю. В. Морозов**[2], **А. А. Мурасев**[2], **А. А. Спектор**[2]

[1]*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН,*
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 3
[2]*Новосибирский государственный технический университет,*
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: spectoraa@mail.ru

Рассматривается задача калибровки векторного магнитометра, технологические погрешности производства которого приводят к недопустимым при эксплуатации ошибкам измерений. Предложен статистический метод калибровки на основе итерационной минимизации невязки результата измерения и точного значения индукции магнитного поля, получаемого за счёт использования стационарного измерителя высокой точности. Приводятся результаты эксперимента, иллюстрирующие эффективность метода.

Ключевые слова: векторный магнитометр, калибровка, невязка, итерационное оценивание параметров.

DOI: 10.15372/AUT20240607
EDN: CQHIZE

Введение. Среди множества систем для измерения магнитной индукции естественного магнитного поля значительная роль отводится векторным мобильным магнитометрам, позволяющим получать проекции вектора магнитной индукции в декартовых координатах прибора. Мобильные магнитометры представляют собой относительно простые устройства, производство которых сопровождается различными технологическими неточностями.

Технологические погрешности изготовления приборов искажают результаты измерения, в том числе образуется погрешность оценки модуля вектора магнитной индукции (ВМИ), знание которого часто представляет собой основные интерес и цель выполняемых измерений. Задачей измерений является получение оценок магнитных полей с ошибками порядка 1–10 нТл, обусловленными несовершенством сенсоров трёхкомпонентного датчика, при значениях измеряемых величин порядка $6 \cdot 10^4$ нТл, так что относительная ошибка составляет $(0,17\ldots1,7)\cdot10^{-2}$ %. По имеющимся публикациям [1–6], при использовании известных методов измерения ошибки на 1–2 порядка превышают желаемые значения.

Основной подход, применяемый для преодоления этой проблемы, состоит из двух этапов. Первый заключается в оценивании факторов, вносящих искажения в магнитометрическое измерение конкретным экземпляром прибора. На этом этапе обычно используется высокоточный измеритель магнитного поля. Сравнение полученных с его помощью результатов с результатами калибруемого магнитометра является основой для корректировки параметров последнего. На втором этапе осуществляется корректировка рабочих измерений, которая выполняется с использованием результатов первого этапа. Таким образом, основу подхода составляют калибровка прибора, направленная на получение оценок искажающих факторов, и применение этих оценок при проведении измерений. Различные методы калибровки магнитометров отличаются друг от друга в основном используемыми математическими моделями.

В [1] предложено отказаться от непосредственного применения отдельных калибровочных параметров, таких как смещение, неортогональность и масштаб. В этом случае зависимость магнитной индукции от калибровочных параметров приводится к квадратичной форме типа «эллипсоид». Данная квадратичная форма представляет собой зависимость квадрата модуля вектора магнитной индукции от трёх проекций измеренного вектора магнитной индукции. Предложено использовать адаптивный метод наименьших квадратов, который решает задачу аппроксимации эллипсоида. Указанный метод приспособлен для нелинейных уравнений и высоких уровней шумов и даёт состоятельную оценку параметров эллипсоида. Представленный в [1] алгоритм калибровки на основе аппроксимации эллипсоида позволил получить погрешность датчика около 400 нТл, что в настоящее время уже является слишком большой величиной.

В [2] алгоритм калибровки магнитометра на основе аппроксимации эллипсоида сравнивается с многопозиционным методом, при котором 12 или 24 угловых положения вектора магнитной индукции получаются путём вращения датчика в магнитном поле. Составляется система уравнений, включающая в себя калибровочные параметры, а также заданные и измеренные проекции индукции. Система решается путём попарного сложения уравнений с исключением неизвестных. Многопозиционные методы позволили снизить погрешность определения магнитной индукции до 300 нТл.

В [3] предложена усовершенствованная аппроксимация эллипсоида на основе метода Марквардта — Левенберга, который применяют для решения систем нелинейных уравнений. Погрешность магнитометра до калибровки составляла 100 нТл. После калибровки при моделировании получена погрешность 1,4 нТл, а в результате эксперимента равна 15 нТл.

В [4] предлагается аппроксимация эллипсоида с помощью нейронной сети, которая минимизирует среднеквадратическую ошибку точек эллипсоида относительно точек идеальной сферы. Нейронная сеть включает в себя два скрытых слоя, в которых группы нейронов обучаются по отдельности при объёме обучающей выборки 30 точек. Погрешность калибровки равна 15 нТл.

В [2] показано, что применение нейросетевых алгоритмов для калибровки магнитометров не даёт преимуществ по сравнению с регрессионным методом, например, рекурсивным методом наименьших квадратов. Это обусловлено известным недостатком нейронных сетей, который заключается в том, что повышение точности вычисления калибровочных параметров влечёт за собой значительное увеличение времени обучения.

В [5] предложена линейная калибровочная модель на основе треугольной матрицы параметров неортогональности. Калибровка сравнивается при вращении датчика в магнитном поле и формировании вращающегося магнитного поля с помощью колец Гельмгольца. Общие погрешности калибровки не приводятся. Погрешности сравниваются по отдельным параметрам. Классический метод даёт смещение 28 нТл, а метод на основе колец Гельмгольца — 4,5 нТл.

В [6] предложено реализовывать алгоритмическое обеспечение калибровки магнитометра с применением метода роя частиц, который позволил достичь погрешности калибровки 37 нТл.

Представляется перспективным метод [7], основанный на точном измерении угловых перемещений платформы с закреплённым на ней магнитометром. Важным элементом метода является использование высокоточного теодолита, фиксирующего угловые перемещения. Оценку искажений можно получать, контролируя реальные показания магнитометра, обусловленные этими перемещениями, и сопоставляя их с данными, которые соответствуют «идеальному» прибору.

Цель данной работы — рассмотрение разновидности двухэтапного подхода, при которой на этапе получения оценок параметров неидеальности применяется предлагаемый метод минимизации невязки. Невязка регистрируется при сравнении наблюдений реального и «идеального» приборов. В качестве последнего используются данные протонного магнитометра высокой точности, работающего на площадке комплексной магнитной ионосферной станции Института нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН (ИНГГ СО РАН).

Оценка параметров магнитометра на основе минимизации невязки. Векторный магнитометр содержит три канала, в которых измеряются проекции вектора магнитной индукции в декартовой системе координат прибора. Часто при этом практический интерес представляет измерение модуля ВМИ, вычисление которого по измеренным проекциям не представляет проблемы, а положение измерительного прибора в пространстве не играет роли. Для получения точного результата необходимо обеспечить идентичность измерительных каналов, а также ортогональность осей декартовых координат. Выполнение этих условий в полной мере невозможно.

На качество измерений оказывают влияние три различных механизма, порождаемых неидеальностью производства: разброс усилений сигналов в измерительных каналах, наличие в них случайных смещений сигналов, неортогональность осей собственной системы координат [1].

Обозначим

$$\mathbf{B} = \|b_x, b_y, b_z\|^\top$$

— вектор магнитной индукции, декартовы компоненты которого b_x, b_y, b_z измеряются векторным магнитометром. Здесь $\|\ldots\|^\top$ — транспонирование. С учётом влияния технологических погрешностей образуется вектор измеренного поля

$$\mathbf{F} = \|f_1, f_2, f_3\|^\top, \tag{1}$$

элементы f_1, f_2, f_3 которого — результат преобразования вектора $\mathbf{B}$ в измерительной системе магнитометра. Соотношение, описывающее связь векторов $\mathbf{B}$ и $\mathbf{F}$, имеет вид

$$\mathbf{F} = SP\mathbf{B} + \mathbf{W}. \tag{2}$$

Здесь диагональная матрица

$$S = \begin{Vmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 \end{Vmatrix} \tag{3}$$

состоит из канальных коэффициентов передачи s_1, s_2, s_3, обозначающих чувствительности магнитометра по рабочим осям.

Матрица P, описывающая неортогональность осей датчика, имеет вид [1]

$$P = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\sin u_1 & \cos u_1 & 0 \\ \sin u_2 & \sin u_3 & \sqrt{1 - \sin^2 u_2 - \sin^2 u_3} \end{Vmatrix}. \tag{4}$$

На рис. 1 проиллюстрировано соотношение ортогональной (x, y, z) и неортогональной (x', y', z') систем координат. Каждая строка матрицы P представляет собой проекции единичных векторов осей (x, y, z) на оси (x', y', z').

Смещения описываются вектором

$$\mathbf{W} = \|w_1, w_2, w_3\|^\top. \tag{5}$$

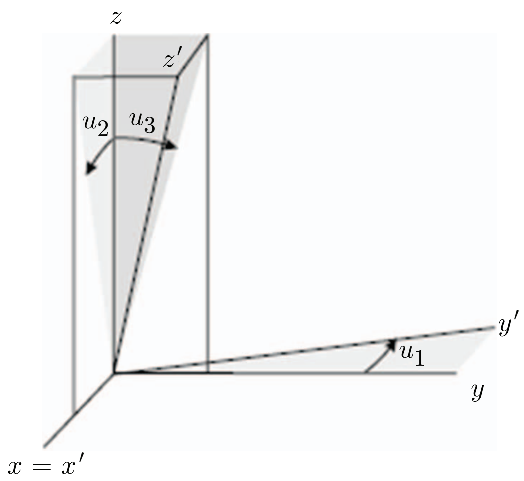

Рис. 1. Ортогональная и неортогональная системы координат магнитометра

Согласно модели, описываемой выражениями (2)–(5), искажения можно характеризовать 9-мерным вектором

$$\mathbf{\Lambda} = \|w_1, w_2, w_3, s_1, s_2, s_3, u_1, u_2, u_3\|^\top. \tag{6}$$

При известном его значении из соотношения (2) по измеренному значению $\mathbf{F}$ находится искомый вектор $\mathbf{B}$. В действительности вместо неизвестного $\mathbf{\Lambda}$ используется его оценка

$$\mathbf{\Lambda}^* = \|w_1^*, w_2^*, w_3^*, s_1^*, s_2^*, s_3^*, u_1^*, u_2^*, u_3^*\|^\top, \tag{7}$$

получаемая при калибровке. При этом результат измерения магнитной индукции находится по правилу

$$\mathbf{B}^* = (P^{-1})^*(S^{-1})^*(\mathbf{F} - \mathbf{W}^*). \tag{8}$$

Входящие в (8) обратные матрицы имеют вид

$$P^{-1} = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ \dfrac{\sin u_1}{\cos u_1} & \dfrac{1}{\cos u_1} & 0 \\ -\dfrac{\sin u_1 \cdot \sin u_1 + \cos u_1 \cdot \sin u_2}{\cos u_1 \sqrt{1 - \sin^2 u_2 \cdot \sin^2 u_3}} & -\dfrac{\sin u_3}{\cos u_1 \sqrt{1 - \sin^2 u_2 \cdot \sin^2 u_3}} & \dfrac{\sin u_3}{\sqrt{1 - \sin^2 u_2 \cdot \sin^2 u_3}} \end{matrix} \right\|, \tag{9}$$

$$S^{-1} = \left\| \begin{matrix} 1/s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/s_3 \end{matrix} \right\|. \tag{10}$$

Символ $(\,\cdot\,)^*$ в (8) означает, что при вычислениях в обратных матрицах (9), (10) и векторе смещений (5) используются значения $\mathbf{\Lambda}^*$ измеренных параметров магнитометрического датчика.

Для получения оценки $\mathbf{\Lambda}^*$ магнитометр размещается вблизи высокоточного измерителя магнитной индукции, её различия на обоих измерителях пренебрежимо малы. Их синхронная работа осуществляется с записью результатов измерения. В дискретные моменты времени $i = \overline{1, I}$ при различных положениях магнитометра выполняется серия I измерений. В них определяются квадраты модуля ВМИ B_{0i}^2 на выходе точного измерителя. При компактном проведении серийного эксперимента изменение ВМИ не происходит и зависимость от дискретного времени i отсутствует: $B_{0i}^2 = B_0^2$. Измеренным значениям $\mathbf{F}_i$ соответствуют значения модуля ВМИ:

$$B_i^2 = \psi(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{F}_i) = b_x^2(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{F}_i) + b_y^2(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{F}_i) + b_z^2(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{F}_i), \qquad i = \overline{1, I},$$

и невязки $\varepsilon_i(\mathbf{\Lambda}) = \psi(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{F}_i) - B_0^2$, $i = \overline{1, I}$. Представим множество невязок в виде вектора $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{\Lambda}) = \|\varepsilon_1(\mathbf{\Lambda}), \varepsilon_2(\mathbf{\Lambda}), \ldots, \varepsilon_I(\mathbf{\Lambda})\|^\top$ и используем для оценки вектора $\mathbf{\Lambda}$ критерий минимума квадрата невязки:

$$E(\mathbf{\Lambda}) = \sum_{i=1}^{I} \varepsilon_i^2(\mathbf{\Lambda}) = \boldsymbol{\varepsilon}^\top(\mathbf{\Lambda}) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{\Lambda}) = \min_{\mathbf{\Lambda}}.$$

Оценка, отвечающая этому критерию, находится из векторного уравнения

$$\frac{dE(\mathbf{\Lambda})}{d\mathbf{\Lambda}} = \left\| \frac{dE(\mathbf{\Lambda})}{d\lambda_1}, \frac{dE(\mathbf{\Lambda})}{d\lambda_2}, \ldots, \frac{dE(\mathbf{\Lambda})}{d\lambda_9} \right\| = 0, \tag{11}$$

представляющего собой систему из девяти нелинейных алгебраических уравнений. Применим итерационный метод решения с использованием линеаризации функции $\psi(\cdot)$ по векторному аргументу $\mathbf{\Lambda}$. На каждом k-м шаге итерационного процесса представляем функцию $\psi(\cdot)$ её линейным приближением

$$\psi(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{F}_i) = \psi(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*, \mathbf{F}_i) + \mathbf{\Psi}'(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*, \mathbf{F}_i)(\mathbf{\Lambda} - \mathbf{\Lambda}_{k-1}^*), \qquad i = \overline{1, I}, \tag{12}$$

в окрестности точки $\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*$, найденной на предыдущем $(k-1)$-м шаге в результате решения системы линейных (линеаризованных) уравнений. В (12) введён вектор-строка частных производных

$$\mathbf{\Psi}'(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*, \mathbf{F}_i) = \left\| \frac{d\psi(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*, \mathbf{F}_i)}{d\lambda_1}, \frac{d\psi(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*, \mathbf{F}_i)}{d\lambda_2}, \ldots, \frac{d\psi(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*, \mathbf{F}_i)}{d\lambda_9} \right\|, \qquad i = \overline{1, I}, \tag{13}$$

вычисляемых в точке $\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*$. Подставив (12) в (8), получаем

$$\begin{gathered} \varepsilon_i = \mathbf{\Psi}'(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*, \mathbf{F}_i)(\mathbf{\Lambda} - \mathbf{\Lambda}_{k-1}^*) - v_{ik} = (\mathbf{\Lambda} - \mathbf{\Lambda}_{k-1}^*)^\top \mathbf{\Psi}'^\top(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*, \mathbf{F}_i) - v_{ik}, \\ v_{ik} = B_0^2 - \psi(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*, \mathbf{F}_i), \qquad \forall i, k. \end{gathered} \tag{14}$$

Введём далее матрицу $\Psi'(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*)$, I строки которой образованы векторами (13):

$$\Psi'(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*) = \left\| \begin{matrix} \mathbf{\Psi}'(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*, \mathbf{F}_1) \\ \mathbf{\Psi}'(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*, \mathbf{F}_2) \\ \vdots \\ \mathbf{\Psi}'(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*, \mathbf{F}_I) \end{matrix} \right\|. \tag{15}$$

Вектор невязок (9) с учётом (14), (15) запишем в виде

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{\Lambda}) = \Psi'(\mathbf{\Lambda}_{k-1}^*)(\mathbf{\Lambda} - \mathbf{\Lambda}_{k-1}^*) - \mathbf{v}_k, \qquad \mathbf{v}_k = \|v_{1k}, v_{2k}, \ldots, v_{Ik}\|^\top. \tag{16}$$

Квадрат невязки (10) с использованием (16) нетрудно представить выражением

$$E(\mathbf{\Lambda}) = (\mathbf{\Lambda} - \mathbf{\Lambda}^*_{k-1})^\top \Psi'^\top(\mathbf{\Lambda}^*_{k-1})\, \Psi'(\mathbf{\Lambda}^*_{k-1})(\mathbf{\Lambda} - \mathbf{\Lambda}^*_{k-1}) - \\ - 2\mathbf{v}_k^\top \Psi'(\mathbf{\Lambda}^*_{k-1})(\mathbf{\Lambda} - \mathbf{\Lambda}^*_{k-1}) + \mathbf{v}_k^\top \mathbf{v}_k. \tag{17}$$

Согласно (11), уравнение относительно $\mathbf{\Lambda}$ получаем, дифференцируя (17) и приравнивая производную к нулю:

$$\frac{dE(\mathbf{\Lambda})}{d\mathbf{\Lambda}} = \mathbf{\Lambda}^\top A_{k-1} - \mathbf{\Lambda}^{*\top}_{k-1} A_{k-1} - \mathbf{b}_k^\top \Psi'(\mathbf{\Lambda}^*_{k-1}) = 0,$$

где введена матрица $A_{k-1} = \Psi'^\top(\mathbf{\Lambda}^*_{k-1})\, \Psi'(\mathbf{\Lambda}^*_{k-1})$ размера 9×9 элементов. Отсюда оценка k-го шага определяется выражением

$$\mathbf{\Lambda}^{*\top}_k = \mathbf{\Lambda}^{*\top}_{k-1} + \mathbf{v}_k^\top \Psi'(\mathbf{\Lambda}^*_{k-1}) A^{-1}_{k-1}. \tag{18}$$

Начальное приближение для итерационной процедуры (18) выбирается в предположении об отсутствии отклонений параметров от номинальных значений:

$$\mathbf{\Lambda}^{*\top}_0 = \|0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0\|^\top.$$

Невязка достигала значений менее 0,0001 % за три шага итерационного процесса.

Экспериментальное исследование. Эксперименты проводились на площадке комплексной магнитной ионосферной станции ИНГГ СО РАН, где исследовался векторный магнитометр Sensys FGM3D/75. Параллельно записывались измерения протонного магнитометра высокой точности, работающего на этой станции. Датчики располагались на расстоянии ∼15 м, частота дискретизации сигналов составляла 7,8 кГц. В ходе эксперимента платформа с закреплённым на ней магнитометром непрерывно раскачивалась на маятнике в течение 5 мин. На рис. 2 и 3 приведены сигналы исследуемого и протонного магнитометров.

Разброс модуля ВМИ, вызванный непрерывным изменением положения некалиброванного векторного датчика, составляет 700 нТл. Истинное поле имеет среднее значение 60002,5 нТл и разброс 2 нТл.

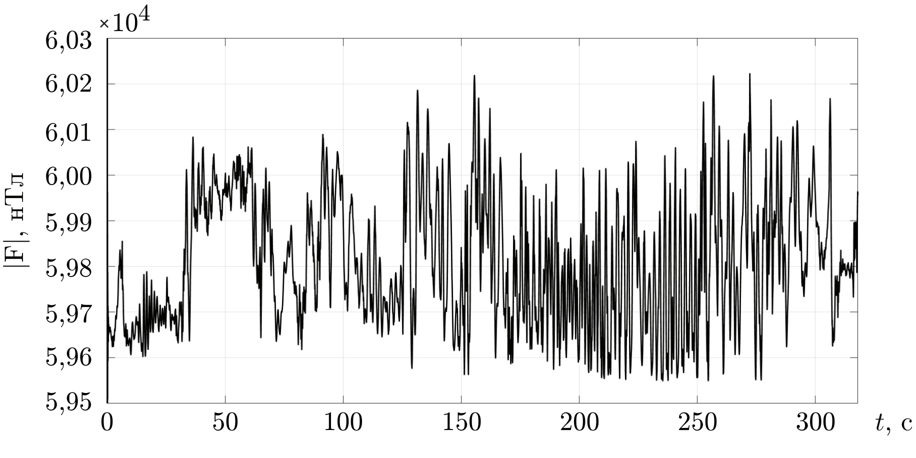

Рис. 2. ВМИ, измеренный векторным магнитометром

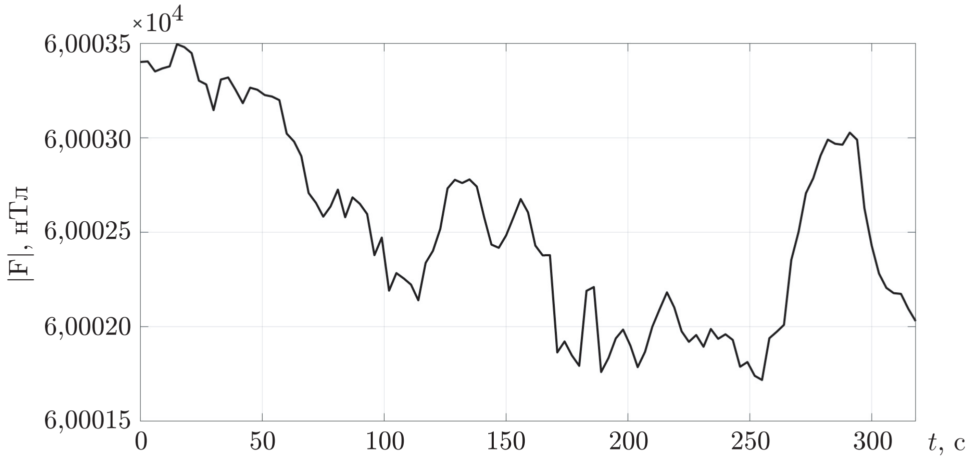

Рис. 3. Модуль ВМИ, измеренный протонным магнитометром

Таблица

Оценки калибровочных параметров

Смещения, нТл			Неравномерность чувствительности			Неортогональность, °		
w_1	w_2	w_3	s_1	s_2	s_3	u_1	u_2	u_3
18,69	14,12	27,33	0,999	0,999	0,999	0,098	−0,512	−0,32

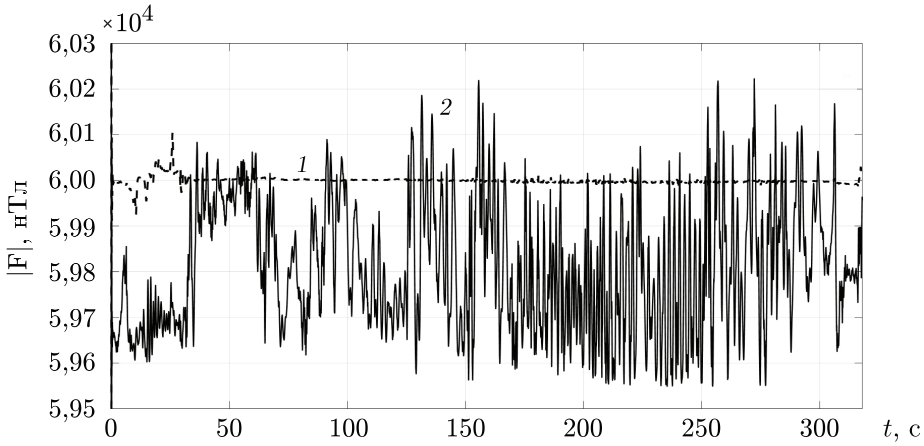

Рис. 4. Результат калибровки векторного датчика: кривая *1* — преобразованный сигнал с учётом измеренного вектора параметров, кривая *2* — исходный сигнал модуля ВМИ

При калибровке векторного магнитометра получены оценки калибровочных параметров, приведённые в таблице.

На рис. 4 представлены записи исходного сигнала модуля ВМИ (кривая *2*) и преобразованного сигнала с учётом измеренного вектора параметров (кривая *1*). Объём выборки при калибровке составляет $I = 1000$, колебания исходного сигнала — 700 нТл. После корректировки колебания уменьшаются до 10–15 нТл.

Заключение. Результаты экспериментов свидетельствуют об эффективности метода и перспективности его применения в решении различных магнитометрических задач с использованием мобильных магнитометров, производство которых сопровождается технологическими погрешностями. Применение метода эффективно и целесообразно, если для калибровки доступно использование высокоточных стационарных измерителей магнитного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Renaudin V., Afzal M. H., Lachapelle G.** Complete Triaxis Magnetometer Calibration in the Magnetic Domain // Journ. Sensors. 2010. **2010**. DOI: 10.1155/2010/967245.
2. **Xiaojuan Z., Xisheng L., Yibo F.** Comparison of three kinds of compensation algorithms based on magnetic sensors // Proc. of the 11th Int. Conf. Electronic Measurement & Instruments. Harbin, China, 16–19 Aug., 2013. P. 675–678.
3. **Pang H., Chen D., Pan M. et al.** Improvement of magnetometer calibration using Levenberg—Marquardt algorithm // IEEJ Trans. Electrical and Electronic Eng. 2014. **9**, Iss. 3. P. 324–328.
4. **Alimi R., Fisher E., Ivry A. et al.** Low Power In Situ AI Calibration of a Three-Axial Magnetic Sensor // IEEE Trans. Magnetics. 2019. **55**, Iss. 7. 4002407.
5. **Mohamadabadi K., Hillion M.** An Automated Indoor Scalar Calibration Method for Three-Axis Vector Magnetometers // IEEE Sensors Journ. 2014. **14**, Iss. 9. P. 3076–3083.
6. **Ouni M. A., Landry R. Jr.** Partide swarm optimization algorithm in calibration of MEMS-based low-cost magnetometer // Proc. of the IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS). Savannah, USA, 11–14 April, 2016. P. 27–33.
7. **Райфельд М. А., Василевский А. Н., Галянтич А. Н.** Принцип калибровки магнитометрического датчика, основанный на точном измерении изменения его пространственного положения в постоянном магнитном поле // Автометрия. 2024. **60**, № 2. С. 97–108. DOI: 10.15372/AUT20240212.

Поступила в редакцию 22.05.2024
После доработки 09.09.2024
Принята к публикации 14.10.2024