УДК 621.317.4

ПРОСТРАНСТВЕННО-СПЕКТРАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ВХОДНОГО СВЕРХПРОВОДНИКОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ МАГНИТОКАРДИОГРАФА

© С. В. Моторин[1,2], Н. В. Голышев[1], Д. Н. Голышев[1]

[1] *Сибирский государственный университет водного транспорта,*
630099, г. Новосибирск, ул. Щетинкина, 33
[2] *Новосибирский государственный технический университет,*
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
E-mail: s.motorin@nsawt.ru

В процессе проведения биомагнитных (магнитокардиографических) исследований приходится учитывать пространственные особенности структуры входной преобразователь — сердце: глубину залегания, местоположение и ориентацию токового диполя, геометрическую конфигурацию входного преобразователя. Пространственная спектральная плотность источника имеет ярко выраженную зависимость от глубины его залегания. В работе рассмотрены вопросы вывода и анализа пространственно-частотных преобразований входного преобразователя и его пространственных фильтрующих свойств.

Ключевые слова: пространственно-спектральное описание, входной сверхпроводниковый преобразователь, биомагнитные исследования, магнитокардиограф, фильтрация.

DOI: 10.15372/AUT20240308
EDN: QSDWBU

Введение. В биомагнитных исследованиях [1–6] на основе сверхпроводниковых магнитометрических систем (СМС) основным преобразователем биомагнитного (магнитокардиографического — МКГ) сигнала является входной сверхпроводниковый преобразователь (ВСП) магнитного потока, имеющий разнообразную геометрическую структуру. Выбор структуры ВСП зависит от условий исследований и требований защиты от внешних магнитных полей. В магнитоэкранированных помещениях — это магнитометрическая структура (на рис. 1 положение оси ВСП — x_0, $y_0 = a$) или градиентометрическая первого порядка (на рис. 1 положение оси ВСП — x_0, $y_0 = b$), в клинических условиях — градиентометрическая структура второго порядка (на рис. 1 положение оси ВСП — x_0, $y_0 = c$). Магнитометр представляет собой одиночный приёмный контур, градиентометр первого порядка — два коллинеарных приёмных контура (включаются встречно и имеют равные площади, * — символ встречного включения). Расстояние между приёмными контурами называют базой (*base*). Градиентометр второго порядка состоит из двух градиентометров первого порядка, также включённых встречно.

В соответствии с рис. 1 сигнал на выходе ВСП произвольной структуры, имеющего N приёмных контуров одинаковой площади S, в точке расположения его первого приёмного контура (x, y, z) в единицах магнитного потока можно записать в виде [4, 5]

$$\phi(x,y,z) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i \iint\limits_S \mathbf{b}_i \cdot \mathbf{n}_i \, dS, \tag{1}$$

где $\mathbf{b}_i$ — вектор магнитной индукции в области i-го приёмного контура ВСП, создаваемый сердцем; $\mathbf{n}_i$ — вектор нормали i-го приёмного контура ВСП; i — коэффициенты, a_i — учитывает конфигурацию ВСП.

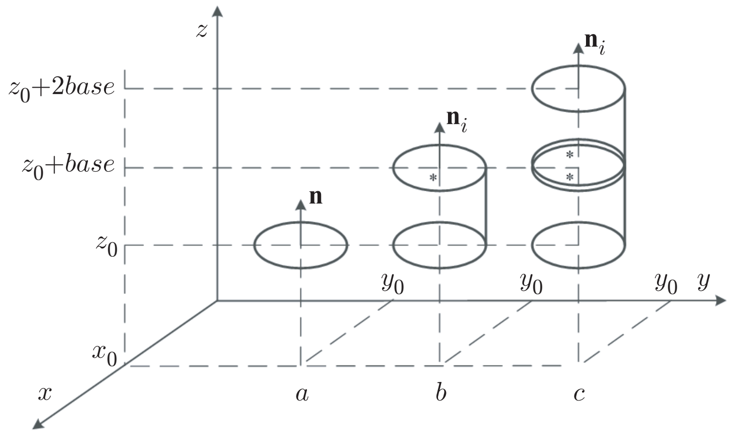

Рис. 1. Конструкции приёмных контуров ВСП

Обычно при проведении МКГ-исследований измеряется проекция на ось z вектора магнитной индукции, создаваемого сердцем [1–3, 6], т. е. векторы $\mathbf{n}_i$ ориентированы параллельно оси z (их проекции на оси x и y равны нулю). Полагая, что приёмные контуры ВСП плоские, в скалярном виде выражение (1) примет вид [7, 8]

$$\phi(x, y, z) = \iint\limits_S \sum_{i=0}^{N-1} a_i b(x, y, z + i \cdot base)\, dx\, dy, \tag{2}$$

где $b(x, y, z)$ — проекция на ось z вектора магнитной индукции, создаваемого сердцем.

Измерения МКГ-сигнала независимо от типа ВСП производятся по одной и той же сетке измерений магнитокарты [6] по координатам x и y с расстоянием z_0 от грудной клетки до первого приёмного контура ВСП. Тогда согласно (2) выражения для сигнала на выходе ВСП для магнитометра (ϕ_1) и градиентометра (ϕ_2) второго порядка будут иметь вид

$$\phi_1(x, y, z_0) = \iint\limits_{S_1} b(x, y, z_0)\, dx\, dy,$$

$$\phi_2(x, y, z_{01}) = \iint\limits_{S_2} b(x, y, z_0)\, dx\, dy - 2 \iint\limits_{S_2} b(x, y, z_{02} + base)\, dx\, dy + \\ + \iint\limits_{S_2} b(x, y, z_0 + 2base)\, dx\, dy. \tag{3}$$

Из (3) видно, что сигнал на выходе ВСП для одного и того же источника магнитного поля в одной и той же точке магнитокарты по координатам x и y зависит от параметров ВСП, его структуры и z_0, т. е. амплитудные и пространственные соотношения МКГ-сигнала являются функцией структуры ВСП.

Цель предлагаемой работы — найти пространственно-спектральные преобразования (ПСП) для ВСП биомагнитной системы. В сочетании с ранее найденным пространственно-спектральным преобразованием для эквивалентного токового диполя (ECD), как источника магнитного поля в [9], это позволит предъявлять требования к конструкции ВСП с точки зрения глубины залегания ECD и учитывать пространственные фильтрующие свойства ВСП.

Метод решения. Анализ соотношения для магнитного потока на выходе ВСП магнитокардиографа произвольной структуры (2) показывает, что он может быть записан в виде уравнения свёртки через весовую функцию приёмного контура (согласно вышепринятому допущению все приёмные контуры ВСП имеют одинаковую площадь S). Найдём весовую функцию приёмного контура $w(x, y)$, которая не зависит от характеристик источника магнитного поля, а определяется только параметрами контура. Подставив в выражение (1) в качестве входного воздействия $2D$ дельта-функцию, получим

$$w(x, y) = \iint\limits_S \delta(x - x_0, y - y_0)\, dx\, dy. \tag{4}$$

Для вычисления данного интеграла воспользуемся фильтрующим свойством дельта-функции, которое в одномерном ($1D$) случае можно записать в виде [10]

$$\int\limits_c^d \delta(x - x_0)\, dx = \begin{cases} 1, & x \in [c, d]; \\ 0, & x \notin [c, d], \end{cases}$$

где c и d — пределы интегрирования. По аналогии в случае $2D$ имеем

$$w(x, y) = \iint\limits_S \delta(x - x_0, y - y_0)\, dx\, dy = \begin{cases} 1, & (x, y) \in S; \\ 0, & (x, y) \notin S. \end{cases} \tag{5}$$

Если приёмный контур имеет вид окружности, то весовая функция будет иметь вид

$$w(x, y) = \begin{cases} 1, & x^2 + y^2 \leqslant R^2; \\ 0, & x^2 + y^2 > R, \end{cases} \tag{6}$$

где R — радиус приёмного контура. Аналогичным образом могут быть найдены выражения для весовых функций приёмных контуров с любой геометрией.

Таким образом, выражение (1) может быть преобразовано к виду уравнения свёртки, где удаётся разделить характеристики источника и приёмника магнитного поля [7, 8]:

$$\phi(x, y, z) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} w(x, y) b(x, y, z + i \cdot base)\, dx\, dy. \tag{7}$$

Поэтому для анализа структуры ВСП — сердце может быть применён спектральный подход, который позволяет от интегральных представлений перейти к произведению ПСП-источника (ECD) и приёмника магнитного поля — ВСП. Это позволяет найти ПСП-функцию ВСП произвольной структуры, которая не зависит от характеристик источника магнитного поля, а определяется только его параметрами.

После применения $2D$-преобразования Фурье к выражению (7) получим, что $2D$ пространственно-спектральная плотность сигнала на выходе ВСП произвольной структуры (в единицах магнитного потока), $\Phi(\omega_x, \omega_y, z)$, имеет вид [7]

$$\Phi(\omega_x, \omega_y, z) = W(\omega_x, \omega_y) \sum_{i=0}^{N-1} a_i B(\omega_x, \omega_y, z + i \cdot base), \tag{8}$$

где $B(\omega_x, \omega_y, z)$ — $2D$ пространственно-спектральная плотность проекции на ось z вектора магнитной индукции, создаваемого сердцем (ECD); $W(\omega_x, \omega_y)$ — пространственная передаточная функция приёмного контура (имеет размерность м^2), равная:

$$W(\omega_x, \omega_y) = \begin{cases} S, & \omega_x = 0,\ \omega_y = 0; \\ 2SJ_1(R\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}\,)/(R\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}\,), & \omega_x \neq 0,\ \omega_y \neq 0, \end{cases} \tag{9}$$

где $J_1(x)$ — функция Бесселя первого порядка. Подробный вывод выражения (9) представлен в Приложении 1.

Если в качестве ВСП используется магнитометр, то выражение (8) преобразуется к виду, где удаётся разделить пространственно-спектральные характеристики источника и приёмника магнитного поля в виде

$$\Phi(\omega_x, \omega_y, z) = W(\omega_x, \omega_y) B(\omega_x, \omega_y, z). \tag{10}$$

Для ВСП произвольной структуры преобразование выражения (8) к виду выражения (10) можно получить, определив закон изменения $B(\omega_x, \omega_y, z)$ вдоль оси z. Изучение литературных источников и собственных экспериментальных данных показывает [1–7], что при определении закона изменения $B(\omega_x, \omega_y, z)$ вдоль оси z обоснованным является предположение о том, что магнитное поле сердца создаётся совокупностью пространственно-распределённых ECD. В рамках такого подхода второй член выражения (8) преобразуется к виду [8]

$$\sum_{i=0}^{N-1} a_i B(\omega_x, \omega_y, z + i \cdot base) = B(\omega_x, \omega_y, z) \sum_{i=0}^{N-1} a_i\, \mathbf{e}^{-(i \cdot base)\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}\,. \tag{11}$$

Подробный вывод выражения (11) представлен в Приложении 2.

С учётом последнего соотношения из (8) получим

$$\Phi(\omega_x, \omega_y, z) = W_{N-1}(\omega_x, \omega_y) B(\omega_x, \omega_y, z), \tag{12}$$

где $W_{N-1}(\omega_x, \omega_y)$ (имеет размерность м^2) — $2D$ пространственная передаточная функция ВСП произвольной структуры, равная:

$$W_{N-1}(\omega_x, \omega_y) = W(\omega_x, \omega_y) Wv_{N-1}(\omega_x, \omega_y). \tag{13}$$

Здесь $Wv_{N-1}(\omega_x, \omega_y)$ (безразмерная величина) — $2D$ пространственная передаточная функция фильтра верхних частот (ФВЧ) $(N-1)$ порядка, равная:

$$Wv_{N-1}(\omega_x, \omega_y) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i\, \mathbf{e}^{-(i \cdot base)\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}\,. \tag{14}$$

Таким образом, получено выражение для $2D$ пространственной передаточной функции ВСП произвольной структуры, что является достаточным для описания такого рода систем. При условии, что контуры ВСП одинаковы, она равна произведению $2D$ пространственной передаточной функции приёмного контура и $2D$ пространственной передаточной функции ФВЧ $(N-1)$ порядка.

Для частных случаев $2D$ пространственной передаточной функции ВСП имеем:

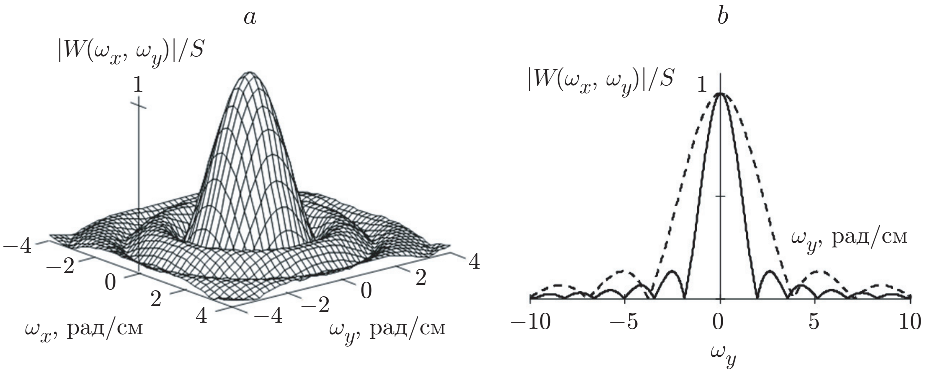

Рис. 2. Модуль и сечение модуля $2D$ пространственной передаточной функции магнитометра

$N = 2$, $a_0 = 1$, $a_1 = -1$ — градиентометр первого порядка:

$$W_1(\omega_x, \omega_y) = W(\omega_x, \omega_y)\Big(1 - \mathbf{e}^{-base\sqrt{\omega_x^2+\omega_y^2}}\Big); \tag{15}$$

$N = 3$, $a_0 = 1$, $a_1 = -2$, $a_2 = -1$ — градиентометр второго порядка:

$$W_2(\omega_x, \omega_y) = W(\omega_x, \omega_y)\Big(1 - \mathbf{e}^{-base\sqrt{\omega_x^2+\omega_y^2}}\Big)^2. \tag{16}$$

Результаты исследований.

Магнитометрический ВСП. Анализ выражения (9) показывает, что $2D$ пространственная передаточная функция магнитометра является фильтром нижних частот (ФНЧ), АЧХ которой определяется функцией Бесселя первого порядка. На рис. 2, *a* изображён модуль $2D$ пространственной передаточной функции магнитометра при $R = 2$ см, а на рис. 2, *b* приведены сечения модуля $2D$ пространственной передаточной функции магнитометра по пространственной частоте ω_y. Сплошная линия соответствует значению $R = 2$ см, пунктирная — $R = 1$ см.

Из рис. 2, *a* видно, что $2D$ пространственная передаточная функция магнитометра является инвариантной к перемене координат, т. е. является поверхностью вращения. Из рис. 2, *b* видно, что чем меньше радиус приёмного контура магнитометра, тем шире полоса пропускания фильтра. Для оценки полосы пропускания можно воспользоваться частотой, при которой модуль $2D$ пространственной передаточной функции магнитометра будет впервые равен нулю. В этом случае получим $\omega_0 = 3,9/R$.

Градиентометрический ВСП. Из вышепроведённого анализа следует, что отличия в $2D$ пространственных передаточных функциях магнитометра и градиентометра определяются видом АЧХ ФВЧ. На рис. 3 изображён модуль $2D$ пространственной передаточной функции ФВЧ первого порядка $W_{\text{ФВЧ}}(\omega_x, \omega_y) = 1 - \mathbf{e}^{-base\sqrt{\omega_x^2+\omega_y^2}}$ при базе градиентометрического ВСП $base = 4$ см.

На рис. 4, *a* приведены сечения модуля $2D$ пространственной передаточной функции ФВЧ первого порядка при разных значениях базы. Сплошная линия соответствует $base = 4$ см, пунктирная — $base = 8$ см. На рис. 4, *b* приведены сечения модуля $2D$ пространственной передаточной функции ФВЧ первого и второго порядков при $base = 4$ см. Сплошная линия соответствует ФВЧ первого порядка, пунктирная — второго.

Из рис. 4 видно, что чем меньше база, тем шире полоса заграждения фильтра, и чем больше порядок фильтра, тем шире полоса заграждения фильтра соответственно.

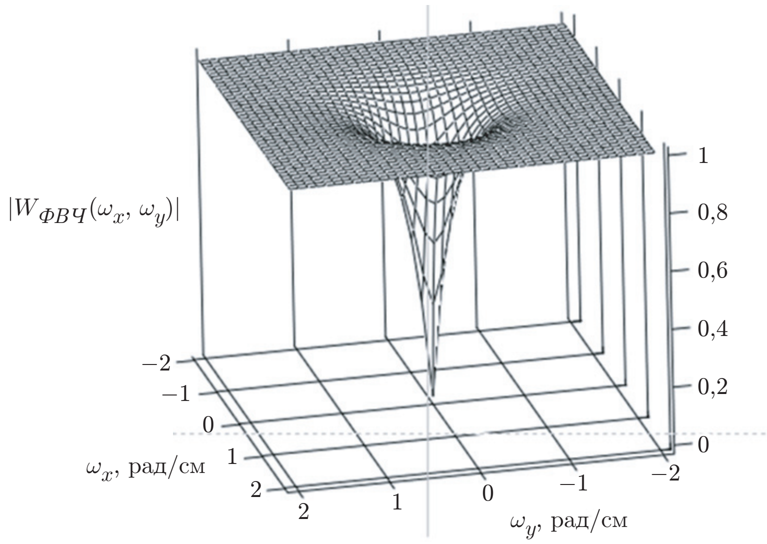

Рис. 3. Модуль $2D$ пространственной передаточной функции ФВЧ первого порядка

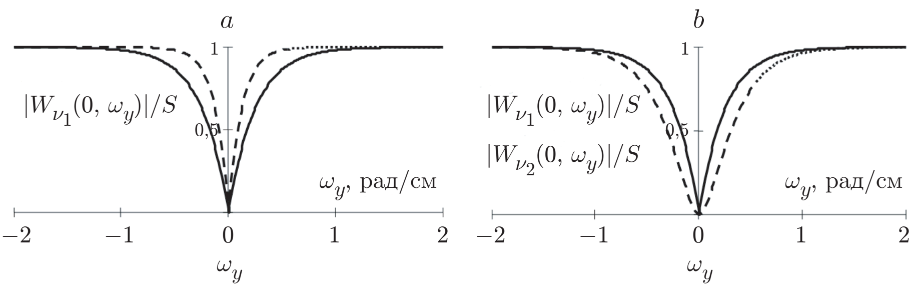

Рис. 4. Сечения модуля $2D$ пространственной передаточной функции ФВЧ по частоте ω_y

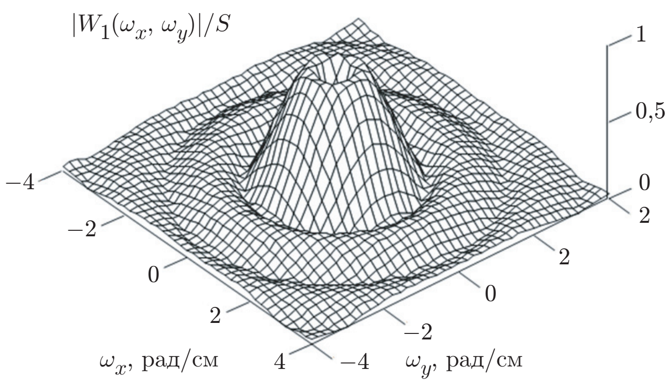

Рис. 5. Модуль $2D$ пространственной передаточной функции градиентометра первого порядка

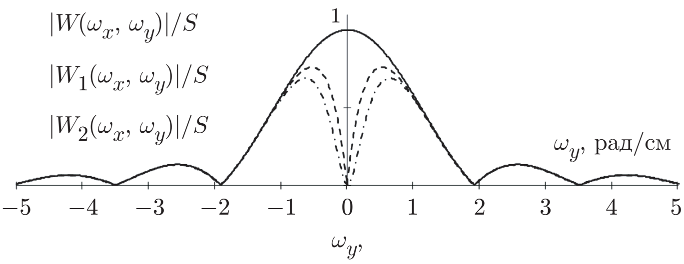

Рис. 6. Сечения модулей $2D$ пространственных передаточных функций магнитометра, градиентометров первого и второго порядков по пространственной частоте ω_y

Для оценки полосы заграждения фильтра можно воспользоваться частотой, на которой $2D$-модуль пространственной передаточной функции ФВЧ $(N-1)$ порядка будет равен некоторому уровню β от максимума. При условии, что $\sum\limits_{i=0}^{N-1} a_i = 0$, получим $\omega_\beta = -\dfrac{1}{base} \times$ $\times\ \ln\left(1 - \sqrt[N-1]{\beta}\,\right)$.

На рис. 5 изображён модуль $2D$ пространственной передаточной функции градиентометра первого порядка при $base = 4$ см и $R = 2$ см.

На рис. 6 изображены сечения модулей $2D$ пространственных передаточных функций магнитометра (сплошная линия) и градиентометров первого (пунктирная линия) и второго (штрихпунктирная линия) порядков при $base = 4$ см и $R = 2$ см.

Заключение. Результаты моделирования показывают существенную роль анализа ПСП для входного преобразователя СМС, в том числе магнитокардиографа. Показано, что ВСП магнитометрической конструкции является фильтром нижних частот, а ВСП градиентометрической конструкции — полосовым фильтром. Для обоих типов фильтров в области высоких пространственных частот полоса заграждения определяется радиусом приёмных контуров. У градиентометра в области низких пространственных частот полоса заграждения определяется его базой и порядком.

Единый подход к анализу структуры ВСП — сердце (ВСП — ECD) позволяет предъявлять требования к конструкции ВСП для учёта его фильтрующих способностей при предполагаемой глубине залегания ECD.

Сравнение результатов анализа пространственно-спектральных характеристик для ВСП и ECD, полученных в [9], показывает, что для характерных глубин залегания ECD $z_0 = 3$–8 см [6–9], для согласования параметров ВСП и ECD необходимо, чтобы радиус приёмной петли не превосходил 1 см, база градиентометра была как можно больше, но не менее 4 см, структура градиентометра была первого порядка. Такой вывод неплохо согласуется с интуитивным выводом о реализации точечных измерений. К сожалению, здесь приходится искать компромисс: борьба за чувствительность, обеспечение высокого уровня подавления помех, обеспечение длительного времени сохранности жидкого хладагента. Очевидно, что для детей требования к параметрам ВСП становятся жёстче. В дальнейшем требуется отработка технологии математического преобразования одной структуры ВСП в другую, что позволит решать проблему оптимизации не конструкционно, а за счёт математического моделирования.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Передаточная функция приёмного контура может быть найдена в результате применения двумерного преобразования Фурье к выражению (6):

$$W(\omega_x, \omega_y) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} w(x', y')\,\mathbf{e}^{-j\omega_x x'}\,\mathbf{e}^{-j\omega_y y'}\;dx'\,dy', \tag{6,1}$$

где ω_x, ω_y — круговые пространственные частоты по координатам x и y соответственно.

Введя полярные координаты $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$; $x = \rho\cos\varphi$; $y = \rho\sin\varphi$ для данного интеграла, получим

$$W(\omega_x, \omega_y) = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{R} \mathbf{e}^{-j\rho(\omega_x\cos\varphi + \omega_y\sin\varphi)}\,\rho\,d\rho. \tag{6,2}$$

Согласно [11] имеем

$$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2 + b^2}\cos(x - \beta), \tag{6,3}$$

где $\cos\beta = a/\sqrt{a^2 + b^2}$, $\sin\beta = b/\sqrt{a^2 + b^2}$.

С учётом формулы (6,3) выражение (6,2) может быть преобразовано к виду

$$W(\omega_x, \omega_y) = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{R} \mathbf{e}^{-j\rho(\omega_x\cos\varphi + \omega_y\sin\varphi)}\,\rho\,d\rho = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{R} \mathbf{e}^{-j\rho\sqrt{\omega_x^2+\omega_y^2}\cos(\varphi-\beta)}\,\rho\,d\rho =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{R} \mathbf{e}^{-j\rho\omega\cos(\varphi-\beta)}\,\rho\,d\rho = \int\limits_0^{R} \rho\,d\rho \int\limits_0^{2\pi} \mathbf{e}^{-j\rho\omega\cos(\varphi-\beta)}\;d\varphi, \tag{6,4}$$

где $\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$.

Вычислим внутренний интеграл в выражении (6,4), равный:

$$\int\limits_0^{2\pi} \mathbf{e}^{-j\rho\omega\cos(\varphi-\beta)}\;d\varphi = \int\limits_0^{2\pi} \cos[\rho\omega\cos(\varphi-\beta)]\,d\varphi - j\int\limits_0^{2\pi} \sin[\rho\omega\cos(\varphi-\beta)]\,d\varphi =$$

$$= \int\limits_{-\beta}^{2\pi-\beta} \cos[\rho\omega\cos\gamma]\,d\gamma - j\int\limits_{-\beta}^{2\pi-\beta} \sin[\rho\omega\cos\gamma]\,d\gamma =$$

$$= \int\limits_{-\pi}^{\pi} \cos[\rho\omega\cos\gamma]\,d\gamma - j\int\limits_{-\pi}^{\pi} \sin[\rho\omega\cos\gamma]\,d\gamma. \tag{6,5}$$

Здесь была проведена замена переменных $\varphi - \beta = \gamma$; $d\varphi = d\gamma$, и учитывалось, что подынтегральные функции являются периодическими функциями с периодом 2π.

Для вычисления интеграла (6,5) воспользуемся [12]

$$\int\limits_{-\pi}^{\pi} \left\{ \begin{array}{c} \sin(a\cos x) \\ \cos(a\cos x) \end{array} \right\} \cos nx\, dx = 2\pi \left\{ \begin{array}{c} \sin(n\pi/2) \\ \cos(n\pi/2) \end{array} \right\} J_n(a), \qquad (6,6)$$

где $J_n(x)$ — функция Бесселя первого рода n-го порядка.

Из (6,5) видно, что в нашем случае $a = \rho\omega$; $n = 0$ и выражение (6,6) имеет вид

$$\int\limits_{-\pi}^{\pi} \left\{ \begin{array}{c} \sin(a\cos x) \\ \cos(a\cos x) \end{array} \right\} dx = \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 2\pi J_0(a) \end{array} \right\}. \qquad (6,7)$$

В результате внутренний интеграл в выражении (6,4) равен

$$\int\limits_{0}^{2\pi} \mathbf{e}^{-j\rho\omega\cos(\varphi-\beta)}\, d\varphi = 2\pi J_0(\rho\omega). \qquad (6,8)$$

С учётом (6,8) выражение (6,5) можно записать в виде

$$W(\omega_x, \omega_y) = 2\pi \int\limits_{0}^{R} J_0(\rho\omega)\rho\, d\rho. \qquad (6,9)$$

В выражении (6,9) проведём замену переменной: $\omega\rho = \lambda$; $\rho = \lambda/\omega$; $d\rho = \omega^{-1}\, d\lambda$, получим

$$W(\omega_x, \omega_y) = 2\pi \int\limits_{0}^{R} J_0(\rho\omega)\rho\, d\rho = 2\pi \int\limits_{0}^{\omega R} J_0(\lambda)\, \frac{\lambda}{\omega^2}\, d\lambda = \frac{2\pi}{\omega^2} \int\limits_{0}^{\omega R} J_0(\lambda)\lambda\, d\lambda. \qquad (6,10)$$

Для вычисления интеграла (6,10) воспользуемся [11]

$$\int x^n J_{n-1}(\lambda)\, dx = x^n J_n(\lambda). \qquad (6,11)$$

В нашем случае $x = \lambda$; $n = 1$, и выражение (6,11) имеет вид

$$\int x J_0(x)\, dx = x J_0(x). \qquad (6,12)$$

В результате передаточная функция приёмного контура равна

$$W(\omega_x, \omega_y) = \frac{2\pi}{\omega^2}\omega R J_1(\omega R) = 2\pi R\, \frac{J_1(R\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}\,)}{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}. \qquad (6,13)$$

Определим значение $W(0,0)$. Согласно [11] при $x \ll 1$ имеем $J_1(x) \approx 0{,}5x$. Тогда на основании выражения (6,13) получим

$$W(0,0) = 2\pi R \frac{R\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}{2\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}} = \pi R^2 = S, \tag{6,14}$$

где S — площадь приёмного контура.

Таким образом, выражение для двумерной пространственной передаточной функции приёмного контура (в виде окружности) примет искомый вид

$$W(\omega_x, \omega_y) = \begin{cases} S, & \omega_x = 0,\ \omega_y = 0; \\ 2SJ_1(R\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2})/(R\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}\,), & \omega_x \neq 0,\ \omega_y \neq 0. \end{cases}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Покажем, что

$$B(\omega_x, \omega_y, z + C) = B(\omega_x, \omega_y, z)\, \mathbf{e}^{-C\sqrt{\omega_x^2+\omega_y^2}}, \tag{11,1}$$

где $B(\omega_x, \omega_y, z)$ — двумерная пространственно-спектральная плотность проекции магнитной индукции на ось z, создаваемой одним ECD; C — некоторое число; ω_x, ω_y — круговые пространственные частоты по координатам x и y соответственно.

Выражение для $B(\omega_x, \omega_y, z)$ согласно [9] имеет вид

$$B(\omega_x, \omega_y, z) = -j\,\frac{\mu\mu_0}{2} \frac{D[\omega_y \cos\alpha - \omega_x \sin\alpha_x]}{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}\, \mathbf{e}^{-(z-z_0)\sqrt{\omega_x^2+\omega_y^2}}\, \mathbf{e}^{-j\omega_x x_0}\, \mathbf{e}^{-j\omega_y y_0}\,. \tag{11,2}$$

На основании (11,2) выражение (11,1) можно записать в виде

$$B(\omega_x, \omega_y, z) = -j\,\frac{\mu\mu_0}{2} \frac{D[\omega_y \cos\alpha - \omega_x \sin\alpha_x]}{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}\, \mathbf{e}^{-j\omega_x x_0}\, \mathbf{e}^{-j\omega_y y_0}\, \mathbf{e}^{-(z+C-z_0)\sqrt{\omega_x^2+\omega_y^2}}\,. \tag{11,3}$$

Рассмотрим последний экспоненциальный член в выражении (11,3). Его можно преобразовать к виду

$$\mathbf{e}^{-(z+C-z_0)\sqrt{\omega_x^2+\omega_y^2}} = \mathbf{e}^{-(z-z_0)\sqrt{\omega_x^2+\omega_y^2}}\, \mathbf{e}^{-C\sqrt{\omega_x^2+\omega_y^2}}, \tag{11,4}$$

откуда видна справедливость выражения (11,1), а значит, и справедливость исходного выражения (11)

$$\sum_{i=0}^{N-1} a_i B(\omega_x, \omega_y, z + i \cdot \mathit{base}\,) = B(\omega_x, \omega_y, z) \sum_{i=0}^{N-1} a_i\, \mathbf{e}^{-(i\cdot \mathit{base}\,)\sqrt{\omega_x^2+\omega_y^2}}\,.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Масленников Ю. В.** Практика и перспективы применения сверхчувствительных магнитометров в биомедицинских исследованиях // Журнал радиоэлектроники. 2021. № 5. DOI: 10.30898/1684-1719.2021.5.4.
2. **Масленников Ю. В., Слободчиков В. Ю., Крымов В. А. и др.** Магнитометрические системы и методы тонких магнитных измерений для биомедицинских применений // Изв. РАН. Сер. физическая. 2020. **84**, № 11. С. 1354–1358. DOI: 10.3103/S1062873820110180.
3. **Matlachov A. N., Volegov P. L., Espy M. A. et al.** Instrumentation for simultaneous detection of low field NMR and biomagnetic signals // IEEE Trans. Appl. Superconductivity. 2005. **15**, Iss. 2. P. 676–679. DOI: 10.1109/TASC.2005.849997.
4. **Бокерия О. Л., Кислицина О. Н., Темирбулатова А. Ш.** Возможности магнитоэлектрокардиографии в диагностике ишемической болезни сердца и нарушений ритма // Анналы аритмологии. 2009. № 2. С. 45–63.
5. **Полякова И. П.** Магнитокардиография: историческая справка, современное состояние и перспективы клинического применения // Креативная кардиология. 2011. № 2. С. 103–133.
6. **Кнеппо П., Титомир Л. И.** Биомагнитные измерения. М.: Энергоатомиздат, 1989. 286 с.
7. **Рогачевский Б. М., Голышев Д. Н.** Пространственно-спектральные преобразования в магнитокардиографических исследованиях // Автометрия. 2001. **37**, № 6. С. 69–79.
8. **Golyshev N. V., Golyshev D. N., Motorin S. V. et al.** Spatial Spectral Approach to the Diagnostics Problems in MCG // Proc. of the 13th Int. Conf. Biomagnetism. Jena, Germany, 10–14 Aug., 2002. P. 475–479.
9. **Голышев Н. В., Моторин С. В., Голышев Д. Н.** Пространственно-спектральное описание токового диполя как источника магнитного поля сердца // Автометрия. 2023. **59**, № 3. С. 24–32. DOI: 10.15372/AUT20230304.
10. **Латхи Б. П.** Системы передачи информации. Пер. с англ.: Б. Кувшинов. М.: Связь, 1971. 324 с.
11. **Двайт Г. Б.** Таблицы интегралов и другие математические формулы / Пер. с англ. Н. В. Леви; под ред. К. А. Семендяева. СП-б.: Лань, 2009. 228 с.
12. **Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И.** Интегралы и ряды. Специальные функции. Т. 2. М.: Физматлит, 2003. 664 с.

Поступила в редакцию 17.01.2024
После доработки 04.02.2024
Принята к публикации 17.04.2024