УДК 519.688,004.93'1,536.242

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КАПЕЛЬ ЖИДКОСТИ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© Н. А. Назаров¹, И. Н. Баранов^{1,2}, Н. Б. Миськив^{1,2}, Е. М. Старинская^{1,2}

¹Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090, г. Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 1 ²Новосибирский государственный университет, 630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2 E-mail: nikerx@qmail.com

В настоящее время актуальными задачами являются исследования в области спрейного охлаждения, взаимодействия капель со сложноструктурированными поверхностями, испарения капель различных жидкостей с твёрдой стенки и т. п. При проведении такого рода экспериментов, требующих записи большого количества видеоданных, ключевую роль играют методы автоматической обработки цифровых изображений. Предложены методы распознавания объекта на цифровом изображении для получения количественных характеристик испаряющихся капель в условиях недостаточного освещения. Разработаны новые алгоритмы выделения и замыкания границ объектов в условиях недостаточной видимости, с помощью которых выполнены измерения геометрических параметров испаряющихся капель. Проведено сравнение с данными, полученными методом ручной обработки изображений, продемонстрированы условия применимости предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: цифровая обработка изображений, испаряющиеся капли, сидячая и подвешенная капли, выделение границ, полиномиальное замыкание границ, метод выпуклой оболочки.

DOI: 10.15372/AUT20240204 EDN: UFXYWK

Введение. Создание новых методов распознавания объектов по цифровым изображениям в последние годы набирает большую популярность, поскольку такие методы могут применяться в различных областях промышленности, науки и медицины [1–4], например, для получения параметров движения объекта в лабораторных экспериментах по тестированию препаратов на животных [1]. Так, в [1] показаны способ оценки подвижности, основанный на вычислении бинарной разности между двумя последовательными изображениями, и анализ площади с использованием максимального правдоподобия. Распознавание динамических объектов актуально и для космических аппаратов при оценке рельефа с различных расстояний [2] или остова трёхмерных объектов [3], а также для авиационной промышленности при проведении наземных испытаний [4]. В [3] представлен метод, основанный на морфологическом анализе пространственных кривых. В [4] авторы продемонстрировали бесконтактный метод оптической диагностики изменяющейся во времени геометрии сопла авиационного двигателя с помощью машинного зрения, базирующегося на принципе бинокулярного зрения.

Существует класс задач, в которых важно получить информацию о геометрии объекта, изменяющего со временем свою форму. Определение размеров и распределение капель жидкости имеют важнейшее фундаментальное значение для понимания и изучения широкого круга физико-химических процессов и явлений. От точных данных о динамике формы капель может напрямую зависеть описание таких важных характеристик, как интенсивность тепло- и массообмена, особенности испарения, кипения и конденсации жидкостей. Кроме того, информация о размерах капель находит широкое применение в прикладных исследованиях в областях энергетики, двигателестроения, топливных систем, метеорологии, медицинских технологий доставки лекарственных препаратов и т. д.

В настоящее время одним из наиболее перспективных подходов для определения морфологии капель является компьютерный анализ их цифровых изображений, полученных современными оптическими методами визуализации. Этот подход позволяет получать статистически значимые данные о больших ансамблях капель за короткий срок. Однако на практике возникает целый ряд сложностей, связанных с недостаточным качеством изображений реальных полидисперсных систем, к которым можно отнести размытые контуры капель, их взаимные наложения и слияния, неравномерность освещения поля зрения, отражения и блики на криволинейной поверхности капель, ограниченную разрешающую способность оптики и многое другое.

Несмотря на то, что определение формы объекта по изображениям исследуется довольно давно [1, 3, 5–7], остаётся множество нерешённых задач и в настоящее время [8]. Так, большинство алгоритмов работы с изображениями являются удобными для решения задач в узком диапазоне применимости и действующими в рамках установленных авторами ограничений [5, 6, 9]. Методы анализа изображений зачастую сложны в использовании, имеют множество допущений и областей применимости и требуют от физического эксперимента мощной оптической техники, дополнительных источников света и т. п. Зачастую определение формы капли при проведении экспериментов происходит теневым методом, основанным на регистрации цифровых изображений теней от освещённых капель с последующей компьютерной обработкой [10–16]. Однако этот метод не всегда применим и имеет ряд ограничений. В частности, теневой метод затруднительно использовать при исследовании ансамбля капель из-за проблем фокусировки на объекты разного размера, а также в замкнутых системах, где нет возможности организовать освещение. Кроме того, этот метод неэффективен при высокой плотности капель, когда их тени накладываются друг на друга, а также при быстродвижущихся и хаотично деформирующихся каплях. В данных ситуациях более перспективным является подход на основе компьютерной обработки прямых цифровых изображений. Однако такая постановка задачи предполагает ряд сложностей при распознавании контура исследуемого объекта. Поэтому необходимо создать достаточно простой способ обработки изображений с неярко выраженной границей объекта.

Целью работы является построение алгоритмов цифровой обработки изображений, позволяющих решить часть проблем, связанных с недостаточным качеством изображений реальных капель. Представленные методы уникальны и качественно отличаются тем, что они учитывают физичность изменения геометрии капли в процессе её испарения. Так, в работе рассматриваются методы улучшения контрастности, сегментации, выделения контуров, измерения геометрических параметров капель. Методы апробируются на реальных экспериментальных результатах, полученных авторами. В проведённых опытах капля жидкости наносилась на поверхность, а процесс её испарения фиксировался на цифровую камеру Baumer VCXU-04M с разрешением 720 × 540 пикселей с использованием макроколец. Освещённость рабочего участка составляла 300 лк. В эксперименте рассмотрены два случая ориентирования в пространстве: сидячая и подвешенная капли (рис. 1). Изображения с камеры обрабатывались предложенными методами, чтобы получить данные об изменении формы. Капля являлась сферически-симметричной, поэтому из цифровых снимков определялись контактные углы с левой и правой сторон, как показано на рис. 1, а также её высота и объём. Стоит отметить, что постановка эксперимента не позволяет применить теневой метод, поскольку целью проводимых опытов были данные о скорости испарения и теплообмене в условиях естественной конвекции без влияния дополнительных тепловых потоков от источников света. Также в экспериментах сложно установить допол-



Puc. 1. Схема установки и геометрические параметры капли

нительные источники света, поскольку стенд находится в закрытом корпусе, что позволяет контролировать влажность вокруг капли, а в процессе испарения фиксировать динамику температуры капли чувствительным тепловизионным прибором.

Использованные методы. В настоящее время для сегментации капель воды в экспериментах доминирующей техникой является комбинация методов Кэнни [17] и адаптивной бинаризации Оцу [18]. В [8, 19, 20] представлены возможности применения данных методов в теневых экспериментах, однако при недостаточном освещении объекта с их помощью невозможно выделить замкнутую линию, описывающую контур капли. Одним из разработанных нами способов замыкания контуров на линии границы вода — воздух является интерполяция полиномом.

К первому этапу разработанного метода относится бинаризация. В рамках данного метода сначала определяются точки границы капли с помощью анализа градиента интенсивности пикселей по осям абсцисс и ординат в двух направлениях: как вдоль координатных осей, так и против. Для каждой координатной оси используются два пороговых значения градиента. Подбор пороговых значений для бинаризации происходит с применением обратной связи: результат обработки изображения визуализируется, и, в зависимости от качества обработки, выбираются пороговые значения. Как правило, для подбора параметров анализируются первое, последнее и центральное изображения в выборке, и полученные значения распространяются на всю выборку при обработке.

Сначала изображение конвертируется в оттенки серого, затем методом сканирующей линии [21] принадлежащие границе капель точки, найденные с помощью пороговых значений градиента, отделяются от остальных. Далее множества точек границ по осям абсцисс и ординат объединяются. После того, как точки, предположительно относящиеся к границе, найдены, капля делится на две части. Алгоритм разделения точек границы капли на две части находит среднее между ординатами точек с наибольшей и наименьшей ординатой. Точки границы относятся к верхней половине капли, если значения ординат больше или равны найденному среднему значению, а к нижней половине — если меньше него. Каждая из частей аппроксимируется полиномом заданной степени. В алгоритме аппроксимации точек границы капли используется метод наименьших квадратов, что в результате даёт коэффициенты полиномов заданных степеней.

Пересечение полиномов определяет контур капли, который в дальнейшем можно применять для определения её характеристик. В зависимости от степени полинома может по-



Puc. 2. Определение контура капли методом полиномиальной границы: полученный контур для полиномов 5-й (*a*) и 7-й (*b*) степеней, случай с неверным итоговым контуром (*c*).

лучаться разный контур (рис. 2, *a*, *b*). Степень полинома подбирается вручную с помощью обратной связи в виде визуализации результата аппроксимации и подсчёта среднеквадратичной ошибки результата аппроксимации.

Высота капли определяется по найденному контуру путём подсчёта разницы между ординатами точек контура с наибольшей и наименьшей ординатами. Для определения объёма капли подсчитывается интеграл вращения полученного контура перпендикулярно основанию капли.

Метод полиномиальной границы хорошо подходит для эллипсоидных форм, но плохо справляется со сложными формами капли (рис. 2, *c*), вследствие чего результаты обработки могут получаться некорректными. Также метод требует ручного подбора такого параметра, как степень полинома, что усложняет его применение конечным пользователем, а при больших степенях полинома можно столкнуться с феноменом Рунге [22], который может существенно снизить точность определения границы. Данный подход хорошо показал себя при необходимости определения линейных размеров капли, таких как высота, однако для дальнейшей оценки контактного угла и объёма капли метод был существенно улучшен.

В качестве альтернативы полиномиальному замыканию контуров было предложено выделение выпуклого многоугольника, включающего в себя все точки границы объекта, с последующей интерполяцией контура капли кубическим сплайном. Основная идея предложенного метода замыкания контуров заключается в использовании гипотезы о выпуклости исследуемого объекта. Первый этап обработки включает в себя конвертирование изображения в оттенки серого и применение фильтра Гаусса, являющееся распространённой техникой для уменьшения шумов матрицы камеры. Для условий освещения рассмотренных далее экспериментов был использован гауссов фильтр с большим ядром 9 × 9 для ослабления шума матрицы и сглаживания мелких деталей фона. Следующим этапом алгоритма является бинаризация, которая может быть достигнута такими методами, как обыкновенный отсев по яркости пикселей, адаптивная бинаризация с выбором критерия по взвешенному значению интенсивности пикселей, метод Оцу [18], метод Кэнни [17] или комбинацией этих методов. Построение процесса бинаризации является ключевым в выделении контуров объекта и зависит от условий проведения эксперимента. Бинаризованное изображение должно включать в себя как можно больше деталей контура объекта или его содержимого. В разработанном методе используется комбинация метода Кэнни [17] и отсева по пороговому значению интенсивности фильтра Собеля.

В методе Кэнни граница объекта находится с помощью локального максимума градиента интенсивности пикселей. Этот метод применяет два пороговых значения интенсивности градиента для определения вероятных действительных и ложных границ. Подбор этих пороговых значений не всегда приводит к успешному отделению объекта от фона, поскольку зачастую захватывает детали окружения капли. Поэтому в предложенном методе используется дополнительный отсев пикселей контуров по пороговому значению интенсивности Собеля, согласно формулам:

$$S_x = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \qquad S_y = \begin{vmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix},$$
$$R = \left(\sqrt{(S_x * I)^2 + (S_y * I)^2} > T\right),$$

где S_x — горизонтальный оператор Собеля, S_y — вертикальный оператор Собеля, I — сглаженное изображение, * — оператор свёртки, T — значение порога интенсивности, R — результирующая матрица. Между результатами операций Кэнни и Собеля происходит побитовое перемножение.

Затем при наличии пикселей, которые не относятся к объекту, применяется процедура исключения изолированных регионов пикселей. Для этого используется ядро поиска 9 × 9, выделяется паттерн, при котором в регионе 5 × 5 вокруг положительного пикселя могут содержаться как положительные, так и отрицательные элементы, но положительные пиксели отсутствуют в остальной части окна опроса. В найденных регионах область 5 × 5 в центре окна опроса зануляется. В результате данной морфологической операции бинаризованное изображение очищается от малых элементов фона, которые ошибочно принимаются за границы объекта. Основные параметры бинаризации алгоритма, такие как размер фильтра Гаусса, пороговые значения интенсивности фильтра Собеля, пороговые значения интенсивности градиента для метода Кэнни, подбираются благодаря системе обратной связи, описанной нами ранее, и должны быть индивидуально подобраны для различных экспериментов, поскольку условия освещения объекта могут изменяться.

К полученному набору пикселей применяется алгоритм поиска выпуклой оболочки [23], который находит наименьшую замкнутую выпуклую область, содержащую в себе все экстрагированные пиксели. Данный алгоритм реализует гипотезу о выпуклости объекта и позволяет приближённо определить его контур при отсутствии чёткой видимой границы. Результатом работы алгоритма выпуклой оболочки является набор вершин выпуклого многоугольника, аппроксимирующего искомый контур. На примере капель воды наибольшая сторона данного многоугольника представляется как оценка основания капли. Полученные вершины контура затем интерполируются кубическим сплайном для повышения гладкости и увеличения разрешения. Основные этапы разработанного метода схематически представлены на рис. 3.

Следующим шагом предложенного метода является тонкая настройка контура вблизи основания капли для определения контактного угла с поверхностью подложки. Зачастую при выделении контура выпуклым многоугольником остаётся плохо разрешённой межфазная граница жидкость — воздух — твёрдое тело, при этом алгоритм ложно находит вершины, находящиеся под каплей жидкости (рис. 4). Для решения этой проблемы используется метод, применимый только для эллиптических капель. Точки границы капли, полученные через интерполяцию, используются для построения эллипса методом наименьших квадратов по алгоритму, рассмотренному в [24]. Далее эллипс обрезается при пересечении с линией контакта, которая должна быть задана пользователем. Данное приближение сделало процесс получения контактного угла более стабильным и хорошо показало себя при сравнении с экспериментами, обработанными вручную.



Puc. 3. Схематическое представление разработанного метода



Puc. 4. Демонстрация плохо разрешённой тройной границы капли, полученной методом выпуклой оболочки. Результат работы приближения эллипсом в области тройной границы

Полученный контур затем используется для оценки объёма и высоты объекта. Высота капли определяется как наиболее удалённая от основания точка контура. Объём вычисляется так же, как и в методе с полиномиальной границей, — интегралом вращения полученного контура перпендикулярно основанию капли.

При применении ручного метода изображения обрабатываются оператором с помощью программы ImageJ (см. рис. 1). Поскольку в процессе испарения капля принимает различные формы (шар, эллипсоид, шаровой сегмент), то анализ обработки изображений представляет достаточно сложный процесс и требует от оператора контроля за текущей формой объекта. Для различных этапов испарения капли использовалась оценка объёма жидкости, соответствующая видимой форме капли. Контактные углы измерялись пользователем следующим образом: на первом этапе необходимо установить контактную линию капли с твёрдой стенкой, далее определить границу самой капли и провести касательную с учётом её текущей формы. Угол смачивания находится между контактной и касательной линиями, высота капли — между контактной линией и верхней точкой капли.

Погрешность измерения размеров капли определялась с учётом следующих составляющих: погрешность от разрешения изображения $\delta_{\text{pix}} = 0,0035$ мм вычисляется с учётом линейного размера одного пикселя (0,012 мм); субъективная погрешность, возникающая при ручном измерении диаметра в графическом редакторе из-за ошибки субъективности и зависимости от точности «захвата» линии, оценивалась как среднеквадратичное отклонение при серии повторных измерений одного размера разными операторами

 $(\delta_{sub} = 0,005 \text{ мм});$ погрешность масштабирования δ_{scale} , для оценки которой нужно точно знать масштаб изображения в пикселях на единицу длины (мм), определялась как среднеквадратичное отклонение при серии повторных измерений эталонного размера на изображении ($\delta_{scale} = 0,005 \text{ мм}$); погрешность измерения диаметра капли, вызванная нерезкостью её краев $\delta_{blur} = 0,05 \text{ мм}$. Полная погрешность измерения размера капли составляет: $\delta_{m} = \sqrt{\delta_{pix}^{2} + \delta_{sub}^{2} + \delta_{scale}^{2} + \delta_{blur}^{2}} = 0,05 \text{ мм}$ [25].

При определении погрешности контактного угла была использована комбинация ошибки оператора и инструментальной погрешности. Ошибка оператора была получена из [26, 27], где рассматривались ошибки различных операторов при выделении контактного угла искусственной капли с помощью программного обеспечения ImageJ, и составила 2, 5°. Инструментальная ошибка оценивалась исходя из того, что для выделения контактного угла необходимо провести линию, являющуюся стороной данного угла относительно горизонта. Погрешность выбора начальной и конечной точек линии была основополагающей для оценки инструментальной погрешности и взята за 0,5 пикселя по горизонтали и вертикали соответственно. На основании этой погрешности выполнены вычисления инструментальной ошибки определения контактного угла как погрешности косвенно измеряемой величины с усреднением по измеряемому диапазону углов. В результате получена оценка инструментальной погрешности в размере 0, 5°. Таким образом, суммарная погрешность ручного метода составила 3°.

Результаты и обсуждение. Сопоставление разных методов обработки изображений. В эксперименте была проведена съёмка 500 изображений испаряющейся капли в сидячем и подвешенном состояниях в условиях недостаточного освещения. Ошибка метода ручной обработки экспериментов считалась намного ниже, чем ошибки автоматических методов. Таким образом, погрешность рассмотренных методов считалась как среднеквадратическая ошибка относительно данных, полученных ручной обработкой. На рис. 5 приведено сравнение оценки высоты (рис. 5, *a*) и объёма (рис. 5, *b*) капли для методов полиномиального выделения контуров капли, метода замыкания контура выпуклой оболочкой и ручной обработкой эксперимента.

Значение среднеквадратической ошибки определения высоты капли для рассмотренных методов оказалось одинаковым и равным 1,7 % от начального значения высоты капли. Однако при оценке объёма капли полиномиальное приближение границы капли даёт значительное отклонение от данных, полученных в результате ручной обработки. Ошибка полиномиального метода при выделении объёма составила 7,9 % от начального объёма капли, в то время как отклонение метода выпуклой оболочки — 2,6 % от начального объёма капли. Оба метода показали себя хорошо при выделении высоты капли, но приближение полиномом не способно выделить контактные углы в зоне тройной границы, что объясняет усиление расхождения данного метода при уменьшении объёма капли, как показано на рис. 5, *b*.

На рис. 5 также продемонстрировано, что на последних этапах испарения при малом размере капли оба метода автоматической оценки перестают работать. Это связано со значительным падением видимости границы капли при уменьшении её размеров, что, в свою очередь, определяется условиями проведения эксперимента. Для оценки критерия применимости методов была исследована динамика средней интенсивности градиента изображения в точках, выделенных алгоритмом выпуклой области. Данный критерий был выбран, поскольку рассмотренные в работе методы чувствительны к изменению градиента. Исследование показало, что методы перестают работать при падении интенсивности градиента до отметки в 48,1 % от начального значения.

Далее для рассмотренных экспериментов с сидячей и подвешенной каплями было проведено измерение среднего контактного угла методом ручной обработки изображений



Puc. 5. Сопоставление различных способов обработки изображений для вычисления высоты (*a*) и объёма (*b*) испаряющейся капли



Рис. 6. Сопоставление двух способов обработки изображений для вычисления контактного угла испаряющейся капли

и с помощью метода выпуклой оболочки с приближением эллипса в области тройной границы (рис. 6). Из полученных результатов было замечено сильное расхождение автоматического метода, начиная с некоторого момента времени испарения капли. Это расхождение обусловлено тем, что определение точки тройной границы существенно зависит от видимости границы капли. Поэтому порог применимости данного метода оказался значительно ниже, чем при оценке объёма или высоты капли. Уровень интенсивности градиента границы капли в этом случае составил 57,6 % от начального значения в момент значительного отклонения. Среднеквадратическая ошибка предложенного метода равна 4,4° или 3,51 % от максимального значения угла в области применимости метода, что сопоставимо с ошибкой оператора при выделении контактного угла ручным методом.

Заключение. В представленной работе показаны различные подходы к детектированию геометрических параметров капель жидкости по цифровым изображениям. Разработаны методы определения формы капли в экспериментах с недостаточным освещением. Продемонстрированные алгоритмы обработки цифровых изображений апробированы на реальных экспериментах испаряющихся с твёрдой поверхности капель под различным углом к гравитационной силе. Показаны преимущества полученных подходов и границы применимости разработанных алгоритмов. Предложенный метод на основе алгоритма поиска выпуклой оболочки в комбинации с приближением эллипса может быть использован для нахождения контактного угла и сопоставим по точности с ручным методом. Полученные алгоритмы также могут быть применены в широком круге схожих задач по определению формы ансамбля капель, для спрейного орошения поверхностей и т. п.

Финансирование. Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 19-79-30075, https://rscf.ru/project/19-79-30075.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Куликов В. А., Куликов А. В., Тихонова М. А., Киричук В. С. Оценка влияния антидепрессантов в тесте принудительного плавания // Автометрия. 2009. 45, № 6. С. 46–51.
- 2. Грибов М. Г., Хачумов В. М. Определение геометрических параметров объектов по растровым изображениям // Автометрия. 2001. **37**, № 1. С. 40–49.
- 3. Кревецкий А. В. Распознавание трёхмерных объектов по форме пространственных контуров // Автометрия. 2001. 37, № 2. С. 21–30.

- 4. Токарев М. П., Середкин А. В., Хребтов М. Ю. и др. Оптическая диагностика геометрии осесимметричного регулируемого сопла газотурбинного двигателя // Автометрия. 2019. 55, № 6. С. 94–101. DOI: 10.15372/AUT20190612.
- 5. **Трофимов О. Е.** Определение координат точечных объектов в компьютерном зрении как задача нелинейной томографии // Автометрия. 1996. **32**, № 2. С. 73–76.
- Madi E., Pope K., Huang W. Estimating the volume of frozen water droplets on a cold surface during the phase change with thermal image processing // Measurement. 2021. 183. 109907. DOI: 10.1016/j.measurement.2021.109907.
- 7. Гуревич И. Б., Журавлев Ю. И., Сметании Ю. Г. Дескриптивные алгебры изображений: Определения и примеры // Автометрия. 1999. **35**, № 6. С. 4–22.
- Quetzeri-Santiago M. A., Castrejón-Pita J. R., Castrejón-Pita A. A. On the analysis of the contact angle for impacting droplets using a polynomial fitting approach // Exp. Fluids. 2020. 61. 143. DOI: 10.1007/s00348-020-02971-1.
- 9. Бессарабов И. И. Использование ориентационной сегментации контуров с целью описания объектов на изображении в терминах отрезков // Автометрия. 2002. **38**, № 2. С. 67–71.
- Xiao B., Rutherford G. N., Sharma A. P. et al. Surface modification and charge injection in a nanocomposite of metal nanoparticles and semiconductor oxide nanostructures // Sci. Rep. 2020. 10. 4743. DOI: 10.1038/s41598-020-58308-9.
- Li D., Wang T., Chen S. et al. Experimental Investigation on Droplet Deformation and Breakup under Uniform DC Electric Field // Microgravity Sci. Technol. 2020. 32. P. 837–845. DOI: 10.1007/s12217-020-09808-w.
- Almohammadi H., Amirfazli A. Sessile drop evaporation under an electric field // Colloids and Surfaces A. 2018. 555. P. 580–585. DOI: 10.1016/j.colsurfa.2018.07.022.
- 13. Starinskiy S., Starinskaya E., Miskiv N. et al. Spreading of impacting water droplet on surface with fixed microstructure and different wetting from superhydrophilicity to superhydrophobicity // Water. 2023. 15, Iss. 4. 719. DOI: 10.3390/w15040719.
- Chen P., Harmand S., Szunerits S., Boukherroub R. Evaporation behavior of PEGylated graphene oxide nanofluid droplets on heated substrate // Int. Journ. Therm. Sci. 2019. 135. P. 445–458. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2018.06.030.
- Bandyopadhyay S., Shristi A., Kumawat V. et al. Droplet impact dynamics on biomimetic replica of yellow rose petals: Rebound to micropinning transition // Langmuir. 2023. 39, Iss. 17. P. 6051–6060. DOI: 10.1021/acs.langmuir.3c01710.
- Prydatko A. V., Belyaeva L. A., Jiang L. et al. Contact angle measurement of free-standing square-millimeter single-layer graphene // Nature Commun. 2018. 9. 4185. DOI: 10.1038/s41467-018-06608-0.
- Canny J. A Computational Approach to Edge Detection // IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intell. 1986. PAMI-8, Iss. 6. P. 679–698. DOI: 10.1109/TPAMI.1986.4767851.
- Otsu N. A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms // IEEE Trans. Syst., Man, and Cybernetics. 1979. 9, Iss. 1. P. 62–66. DOI: 10.1109/TSMC.1979.4310076.
- Dash A., Bange P. G., Patil N. D., Bhardwaj R. An image processing method to measure droplet impact and evaporation on a solid surface // Sādhanā. 2020. 45. 287. DOI: 10.1007/s12046-020-01520-0.
- Gupta A., Pandey A., Kesarwani H. et al. Automated determination of interfacial tension and contact angle using computer vision for oil field applications // Journ. Petroleum Exp. Prod. Technol. 2022. 12, Iss. 5. P. 1453–1461. DOI: 10.1007/s13202-021-01398-6.
- Blinn J. F. A scan line algorithm for displaying parametrically defined surfaces // ACM SIGGRAPH Comp. Graphics. 1978. 12, Iss. SI. DOI: 10.1145/988437.988439.

- Runge C. Über empirische Funktionen und die Interpolation zwischen äquidistanten Ordinaten // Zeitschrift für Mathematik und Physik. 1901. 46. P. 224–243.
- Sklansky J. Finding the convex hull of a simple polygon // Patt. Recogn. Lett. 1982. 1, Iss. 2. P. 79–83. DOI: 10.1016/0167-8655(82)90016-2.
- Fitzgibbon A., Pilu M., Fisher R. Direct least-squares fitting of ellipses // Proc. of the 13th Int. Conf. Pattern Recognition. Vienna, Austria, 25–29 Aug., 1996. Vol. 1. P. 253–257. DOI: 10.1109/ ICPR.1996.546029.
- Starinskaya E., Miskiv N., Terekhov V. et al. Evaporation dynamics of sessile and suspended almost-spherical droplets from a biphilic surface // Water. 2023. 15, Iss. 2. 273. DOI: 10.3390/w15020273.
- Akbari R., Antonini C. Contact angle measurements: From existing methods to an open-source tool // Adv. Colloid Interface Sci. 2021. 294. 102470. DOI: 10.1016/j.cis.2021.102470.
- Williams D. L., Kuhn A. T., Amann M. A. et al. Computerised measurement of contact angles // Galvanotechnik. 2010. 101. P. 2502–2512.

Поступила в редакцию 27.11.2023 После доработки 07.12.2023 Принята к публикации 26.12.2023