## РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

#### **АВТОМЕТРИЯ**

Nº 2

**УДК 535.8** 

В. Ю. Осипов

## (Санкт-Петербург)

# ТУРБУЛИЗАЦИЯ И РАСПАДНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ДИФРАКЦИОННОГО ПОЛЯ КАУСТИКИ ПРИ ФОКУСИРОВКЕ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ МОЩНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Исследована фокусировка в среде с нелинейностью показателя преломления мощного лазерного пучка, исходный волновой фронт которого деформирован сферической аберрацией и астигматизмом. Оказалось, что возникающие протяженные околофокусные образования уже не являются дифракционными катастрофами, так как структурно-неустойчивы. Продемонстрировано, что слабые возмущения формы исходнюго волнового фронта приводят к чрезвычайно сильным искажениям оптического поля в области фокусировки. По мере распространения волны в *z*-направлении в области фокусировки (от 2,165  $10^{5}\lambda$  до 2,244  $\cdot$   $10^{5}\lambda$ ) развивается пространственный хаос в распределении оптического поля. Турбулизация оптического поля в области фокусировки возникает за счет самодифракции света на самоиндуцированных неоднородностях показателя преломления среды. После области чением околофокусного образования трехмерное оптичевидных выбросов».

Введение. Каустические образования, возникающие в области фокусировки сложных волновых фронтов, являются предметом изучения появившегося в начале 80-х годов нового направления в оптике — оптики катастроф [1, 2].

Оптическими или дифракционными катастрофами являются лишь такие каустические волновые образования в области фокусировки, которые структурно-устойчивы к слабым возмущениям первичного волнового фронта, подвергаемого фокусировке. В теории катастроф структурно-устойчивыми являются волновые поля, которые могут быть преобразованы друг в друга посредством преобразования диффеоморфизма. Замкнутые классы таких трехмерных полей и составляют различные типы дифракционных катастроф. Число таких различных классов полей не превышает семи [1, 2].

Отметим, что при эволюции идеального сферического волнового фронта или сферического волнового фронта, деформированного сферической аберрацией, в области фокусировки возникают каустические образования, которые не являются дифракционными катастрофами, так как образующиеся при этом волновые поля структурно-неустойчивы к малым возмущениям формы первичного волнового фронта. Так, идеальный фокус является структурой бесконечной коразмерности и при малых возмущениях идеального сферического волнового фронта «рассыпается» на множество спекл-элементов, которые не могут быть преобразованы к волновому полю идеального фокуса посредством преобразования диффеоморфизма.

Для ряда практических задач лазерной физики представляет интерес использование для накачки рабочих сред такой формы первичного волнового фронта, которая обеспечивает структурную стабильность каустического образования в области фокусировки. Накачка рабочей среды при фокусировке используется в следующих случаях: для накачки малого количества вещества,

1998

для реализации сверхвысоких интенсивностей накачки, при создании области инверсной заселенности в форме протяженной фокусной нити и т. д. Плазменно-искровой канал, реализусмый в газах в области протяженной фокусировки [3-5], может служить в качестве активной усиливающей среды коротковолнового лазера при  $\lambda < 100$  нм. В работе [6] экспериментально и теоретически исследовались нелинейные структуры, возникающие в области сплошной лазерной искры при пробос газа в результате фокусировки излучения неодимового лазера конической линзой типа аксикон. Подчеркнем, что исследованные в [6] периодические нелинейные структуры формировались в плазменном канале лазерной искры в результате самовоздействия в области фокусировки особого класса бесселевых пучков, создаваемых аксиконом. Что касается других сред, то эффект фокусировки мощного излучения в жидкостную среду применяется в ряде специальных оптических устройств [7, 8].

Известно [9], что структурно-стабильное трехмерное распределение оптического поля в области фокусировки обеспечивается при эволюции сферического волнового фронта, деформированного большой сферической аберрацией и малой аберрацией астигматизма. Такое каустическое образование является дифракционной катастрофой [1]. При накачке рабочей среды мощным лазерным излучением будут возникать нелинейные эффекты, связанные с квадратичной зависимостью показателя преломления среды от амплитуды световой волны [10]. Свет накачки при этом будет дифрагировать на самоиндуцированных в области фокусировки объемных решетках модуляции показателя преломления среды. Представляет интерес исследовать, каким образом нелинейные эффекты, приводящие в обычной ситуации к самофокусировке, будут изменять структурно-стабильную дифракционную катастрофу в области фокусировки и будет ли результирующее околофокусное образование по-прежнему структурно-устойчивым?

1. Исходные данные. Будем рассматривать в полупространстве z > 0 распространение скалярной волны, для которой распределение комплексной амплитуды в плоскости x, y при z = 0 имеет вид:

$$A(x, y, 0) = A_0 \exp(i\varphi(x, y)), \tag{1}$$

где

$$\varphi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \left[ (\tilde{F} - \sqrt{\tilde{F}^2 - x^2 - y^2}) + a(x^2 + y^2)^2 + c(y^2 - x^2) \right].$$
<sup>(2)</sup>

Здесь фазовая функция  $\varphi(x, y)$  определяет форму волнового фронта вблизи плоскости  $z = 0; \lambda$  — длина волны излучения в вакууме; a — коэффициент сферической аберрации третьего порядка; с -- эффективный коэффициент, характеризующий астигматизм; А<sub>0</sub> — амплитуда поля на поверхности волнового фронта вблизи плоскости z = 0. При этом распределение интенсивности волны ( $I \sim A_0^2$ ) по эффективно открытой апертуре волнового фронта постоянно:  $A_0^2(x, y) = \text{const.}$  Первое слагаемое, стоящее в формуле (2) в квадратных скобках, соответствует идеальной сфере с радиусом  $\widetilde{F}$ , а второс и третье слагаемые в (2) характеризуют деформацию идеального сферического волнового фронта сферической аберрацией и астигматизмом соответственно.

С целью обеспечения возможности сопоставления с [9] расчеты проведем при следующих параметрах:  $a/\lambda = 1,8963 \cdot 10^{-3}$  мм<sup>-4</sup>,  $c/\lambda = 1,5740 \times$  $imes 10^{-2}$  мм $^{-2}, \widetilde{F}/\lambda = 223923$ . Длина волны излучения  $\lambda$  в практически важных случаях, когда требуется получить интенсивность в области фокусировки вплоть до 10<sup>11</sup> Вт/см<sup>2</sup>, как правило, принимает значения 1,06 и 0,53 мкм. Указанные значения соответствуют генерации излучения на основной частоте неодимового лазера и на его второй гармонике. Апертуру исходного волнового фронта при z = 0 примем диаметром 31600λ. Продольная ошибка фокусировки, соответствующая лучам с края такой апертуры, составляет примерно  $\delta s$  ≃ ~15800 $\lambda$ . Будем считать, что в области 0 < z < 2,1413 · 10<sup>5</sup> $\lambda$  имеет место свободное пространство, а полупространство  $z \ge 2,1413 \cdot 10^5 \lambda$ 

З Автометрия № 2, 1998 г.

нелинейной средой. В качестве такой среды могут выступать слабо поглощающие жидкости с керровской нелинейностью: сероуглерод, нитробензол, толуол и т. д. Так как  $\tilde{F} > 2,1413 \cdot 10^5 \lambda$ , то сходящийся пучок фокусируется заведомо в нелинейной среде на некотором расстоянии от границы раздела свободное пространство — нелинейная среда. Для нелинейной керровской среды имеет место следующая зависимость показателя преломления от амплитуды вектора напряженности электрического поля |A(x, y, z)| [10, 11]:

$$n = n_0 + n_2'' |A(x, y, z)|^2, \qquad (3)$$

где  $n_2''$  — коэффициент, обусловливающий нелинейность среды;  $n_0$  — постоянная часть показателя преломления. Величина  $\frac{1}{2} |A(x, y, z)|^2 n_0 (\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2}$  в системе единиц СИ соответствует локальной интенсивности электромагнитного поля в точке (x, y, z). Здесь  $(\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2}$  — волновое сопротивление свободного пространства, равное 120л Ом. Для простоты качественного анализа формула (3) записана без учета как возможного насыщения нелинейной части показателя преломления в очень сильных полях, так и нелинейного поглощения среды, т. е. в последнем случае пренебрегается мнимой частью показателя преломления. Для качественного анализа исследуемого явления указанными факторами, действительно, можно пренебречь при  $n_2^{"} |A(x, y, z)|^2 \ll 1$ .

Формула (3) для локальной квадратичной зависимости n от амплитуды вектора напряженности электромагнитной волны справедлива не только для сред, где проявляется эффект Керра, но и для плазмы, как неполностью ионизованной, так и достаточно горячей [6]. В последнем случае плазма образуется в области протяженной лазерной искры при фокусировке греющего лазерного пучка в газе атмосферного давления. В [6] при моделировании возникающих в плазменном канале периодических пространственных структур также пренебрегалось поглощением среды.

В среде с показателем преломления no длина волны излучения, а значит и характерный размер дифракционных структур в каустике, уменьшены в n<sub>0</sub> раз по сравнению со случаем в вакууме. Поэтому с целью сопоставления каустического поля в нелинейной среде с каустикой в свободном пространстве (например, воздух или вакуум) будем считать, что при  $z \ge 2,1413 \cdot 10^5 \lambda$  электромагнитная волна распространяется в среде с эффективным показателем преломления

$$\widetilde{n} = 1 + \frac{n_2''}{n_0} |A(x, y, z)|^2.$$
<sup>(4)</sup>

Соотношение мсжду параметрами  $n_2'' / n_0$  и  $A_0$  выберем так, чтобы безразмерная величина  $(n_2''/n_0)|A_{max}|^2$  составляла 0,0011. Здесь  $|A_{max}|$  — максимальное значенис амплитуды поля, реализуемос в плоскости  $z_0 = 2,1413 \cdot 10^5 \lambda$  при фокусировке исходной волны на вход нелинейной среды.

В дальнейшем будем называть среду линейной, если ее эффективный показатель преломления всегда равен 1, и нелинейной, если имеет место формула (4). (В разд. 3 отсчет расстояний в продольном направлении будем производить от плоскости  $z_0$ , т. е. используем параметр  $z = z - z_0$ .)

2. Методика компьютерного эксперимента. Для таких исследований была составлена компьютерная программа, работающая при следующих приближениях. По мере распространения света в области фокусировки в *z*-направлении излучение со слоя ј переносилось на слой ј + 1 с помощью интеграла Френеля — Кирхгофа. Поясним это. Каждый очередной слой ј вызывал модуляцию показателя преломления среды в х, у-плоскости в соответствии с распределением интенсивности света в слое ј. Далее рассчитывалась самоиндуцированная дифракция света на участке между *j*- и *j* + 1-слоями, вызванная модуляцией показателя преломления среды в плоскости x, y от слоя j. В качестве фазового экрана (препятствия) выступала функция комплексного про-

пускания  $\exp(i\Delta\varphi(x, y))$ , где  $\Delta\varphi(x, y)$  — распределение в плоскости x, уфазовой задержки, набежавшей от индуцированной части показателя преломления среды на расстоянии  $\Delta z$  между j + 1- и j-слоями. Этот фазовый экран мысленно помещался в j-слой. Результат дифракции света на фазовом экране вычислялся для плоскости, отстоящей от экрана на  $\Delta z$ , с помощью интеграла Френеля — Кирхгофа, обобщенного на случай неоднородных волн [12]. При этом в подынтегральное выражение в качестве нового распределения комплексной амплитуды поля в плоскости x, y подставлялось произведение функции комплексного пропускания фазового экрана и распределения комплексной амплитуды поля для слоя j, полученного при предыдущей итерации. В результате после вышеуказанных вычислений получали распределение комплексной амплитуды волны в плоскости x, y для j + 1-слоя.

Этот процесс повторялся с шагом  $\Delta z = 79,013\lambda$  на протяжении области фокусировки волнового фронта, расположенной от выходного окна фокусирующей системы на 2,1413 · 10<sup>5</sup>  $\lambda$  – 2,2440 · 10<sup>5</sup>  $\lambda$ . Исследуемое каустическое образование имело протяженность 10270 при поперечных размерах не более 870 × 870 л. Таким образом, прохождение света через область фокусировки рассчитывалось в следующем после борновского приближении с учетом вторичного рассеяния света на неоднородностях среды [13]. При этом важно подчеркнуть, что неоднородности среды самоиндуцируются в поле мощного излучения за счет керровской зависимости показателя преломления от интенсивности света. При расчетах принималось во внимание лишь вторичное малоугловое рассеяние вперед — в интервале углов относительно оси z от 16,5 до +16,5°. Поглощение среды не учитывалось, рассеяние в обратном направлении и на большие углы в прямом направлении также не учитывалось. Последнее было обусловлено ограниченностью аппаратных возможностей компьютера. Расчет велся в скалярном приближении без учета поворота плоскости поляризации излучения при дифракции на самоиндуцированных неоднородностях. Предполагалось, что нелинейная добавка к показателю преломления развивается безынерционно. Флуктуации исходного подвергаемого фокусировке волнового фронта задавались методом пространственной рандомизации положений узлов отсчета в плоскости апертуры волнового фронта. Количество узлов, на которых задавался волновой фронт, составляло 512 × 512 точек. Эти точки образовывали квазирегулярную сетку узлов. В пределах области дискретизации положение произвольного узла задавалось случайным образом.

Основной используемой идеей, позволившей численно моделировать самодифракцию света на самоиндуцированных неоднородностях показателя преломления среды в области фокусировки, было то, что на малом участке пространства толщиной  $\Delta z$  индуцирование неоднородностей показателя преломления в поперечной плоскости x, у и дифракционное распространение волны на этом участке можно разделить и рассчитывать их последовательно по отдельности. С уменьшением шага  $\Delta z$  точность метода растет.

3. Анализ результатов. Были рассчитаны две реализации волнового поля в нелинейной среде, соответствующие двум случайным реализациям волнового фронта перед входом в нелинейную среду.

На рис. 1, a, b показаны изображения этих реализаций трехмерных околофокусных полей, полученные при сечении последних продольной плоскостью уOz. На рисунке регистрировалось лишь распределение интенсивности волнового поля. Хорошо видно, что внутренняя структура обеих реализаций поля различна в мелких деталях. При этом реализации поля имеют общие характерологические черты, отсутствующие у дифракционной катастрофы в линейной среде (рис. 1, c).

На рис. 2 представлена для случая нелинейной среды зависимость от координаты  $\hat{z}$  потока энергии  $= \int \int I(x, y, \hat{z}) dx dy$  через поперечную площадку  $S_A$  размером 864 $\lambda \times$  864 $\lambda$  (кривая I). Здесь  $I(x, y, \hat{z})$  — трехмерное распределение интенсивности поля. Для обеих реализаций поля в нелинейной среде соответствующие зависимости  $\int \int I(x, y, \hat{z}) dx dy$  от  $\hat{z}$  практически совпадают.

у меньшение потока энергии с ростом 2 связано с выходом части излучения за

35

3\*



Рис. 1. Распределение интенсивности околофокусного волнового поля в нелинейной и линейной средах (для продольной плоскости уОг):

а — нелицейная среда, первая реализация; b — нелинейная среда, вторая реализация; c липейная среда. Протяженность по горизонтали 110602, по вертикали 2402

пределы поперечной площадки  $S_A$  с фиксированной площадью, т. е. с расфо-кусированием светового пучка. Также на рис. 2 показана аналогичная зави-симость для поля в линейной среде (кривая 2). Из сравнения кривых I и 2 следует, что в нелинейной среде при  $z > 3160\lambda$  расфокусирование пучка про-



Рис. 2. Зависимость от координаты z потока энергии через поперечную площадку размером 864) × 864): I — нелинейная среда; 2 — линейная среда



Рис. 3. Зависимость параметра  $\delta \Phi$  от координаты  $\hat{z}$ : I — для двух реализаций поля в нелинейной среде; 2 — в линейной среде

текает быстрее, чем в случае линейной среды. Это связано с рассеянием излучения на самоиндуцированных неоднородностях показателя преломления. Для нелинейной среды на рис. 3 показана зависимость от z параметра

$$\delta \Phi = \left\{ \int_{S_A} \int (I_1(x, y, \hat{z}) - I_2(x, y, \hat{z}))^2 dx dy \right\}^{1/2},$$

характеризующего интегральное среднеквадратичное отклонение двух реализаций поля друг от друга в произвольном сечении x, y при z = const(кривая 1). Видно, что в интервалс  $\hat{z} = 0, ..., 2370\lambda$   $\delta\Phi$  слабо растет с увеличением  $\hat{z}$ , однако при  $\hat{z} > 2370\lambda$  наблюдается резкое увеличение  $\delta\Phi$ . Своего максимального значения параметр  $\delta\Phi$  достигает при  $\hat{z} = 4900\lambda$ , при этом он превышает первоначальное значение, имевшее место при входе излучения в нелинейную среду, примерно в 20 раз. Максимальное значение парамстра  $\delta\Phi$  имеет место в области наибольшего сгущения волнового поля, в дальнейшем при  $\hat{z} = 4900\lambda, ..., 11060\lambda$  при расфокусировке пучка параметр  $\delta\Phi$  падает, однако остается по-прежнему больше своего первоначального значения при входе излучения в нелинейную среду.

Для сравнения на рис. З показана зависимость параметра  $\delta \Phi$  от  $\hat{z}$ , построенная для двух реализаций волнового поля в линейной среде (кривая 2). Постоянство кривой 2 и малый ее уровень при всех параметрах z в интервале от 0 до 10270 означают, что в последнем случае имеем дело с двумя реализациями структурно-устойчивых дифракционных катастроф. Таким образом, из рис. З видно, что увеличение параметра  $\delta\Phi$  в среде с нелинейностью связано с тем, что волновое поле в такой среде по мере своего сгущения становится структурно-неустойчивым и в системе с ростом z развивается пространственная хаотизация оптического поля. Максимальная хаотизация развивается после области с наибольшей концентрацией поля. Это видно из рис. 4, где показана для случая фокусировки поля в нелинейной среде зависимость максимальной интенсивности поля в сечении х, у от координаты z. Максимум интенсивности поля имеет место в сечении  $\hat{z} = 2920\lambda$ . В этой точке максимума значение параметра  $(n_2^{"}/n_0)|A_{\max}|^2$  составляет 0,0067, что находится в рамках используемого приближения  $(n_2^{"}/n_0)|A_{\max}|^2 << 1$ . При фокусировке излучения в линейной среде максимум концентрации поля приходится на сечение  $\hat{z} = 7980\lambda$ , при этом достигается значение интенсивности поля в 1,36 раза меньшее, чем при фокусировке в нелинейной среде.



Рис. 4. Зависимость максимальной интенсивности в сечении x, y от координаты  $\hat{z}$ : 1 — нелинейная среда, вторая реализация; 2 — линейная среда

Как отмечалось в [9], дифракционная катастрофа, формируемая при эволюции волнового фронта со сферической аберрацией и астигматизмом, имеет структуру, которая при наличии нелинейности в среде и при увеличении мощности лазерного излучения формирует суживающийся волновод. Часть фокусируемого излучения будет захватываться в такой самоиндуцированный волновод и каналироваться в нем. Именно поэтому в среде с нелинейностью при эволюции волнового фронта специальной формы, как это отмечалось выше, будут достигаться большие значения интенсивности поля в области фокуса, чем в линейной среде, и при этом при меньших значениях z.

На рис. 5 показаны зависимости максимальных значений интенсивности в одном из 45-градусных секторов сечения x, y от параметра  $\hat{z}$  для двух реализаций волнового поля в нелинейной среде. Из рисунка видно, что в интервале 0, ..., 2920 $\lambda$  зависимости  $I_{max}$  от  $\hat{z}$  совпадают для двух реализаций поля с высокой степенью точности. Однако после достижения максимальной интенсивности в сечении при  $\hat{z} = 2920\lambda$  графики зависимостей  $I_{max}^1(\hat{z})$  и  $I_{max}^2(\hat{z})$  уже сильно различаются и ведут себя каждый по-своему. Тогда при  $z < 2920\lambda$ координаты  $x^i$ ,  $y^i$  максимумов в поперечном сечении при  $\hat{z} = \text{const совпадают}$ 

![](_page_6_Figure_4.jpeg)

 $I = I_{\max}^1(\hat{z})$ для первой реализации поля;  $2 = I_{\max}^2(\hat{z})$ для второй реализации поля

для двух реализаций поля, а при  $\hat{z} > 2920\lambda$  координаты этих максимумов уже не совпадают. Это подтверждает, что после прохождения волной сечения, где достигается максимальная интенсивность поля, в дальнейшем по мере продвижения волны нарастает структурная нестабильность и развивается хаотизация волнового поля. Действительно, путем наблюдения за положением такой кардинальной точки волнового поля, как точка максимума интенсивности поля в одном из 45-градусных секторов сечения x, y, можно заключить, что при  $\hat{z} > 2920\lambda$  имеет место структурная нестабильность поля.

По мере продвижения волны в нелинейной среде число локальных максимумов поля эволюционируст по другому закону, чем для структурно-устойчивого поля в линейной среде. На рис. 6 показана зависимость числа локальных максимумов k в поперечном сечении x, y (количество спекл-элементов) от координаты z для полей в нелинейной и линейной средах для двух типов максимумов, где кривизна распределения интенсивности во взаимно ортогональных направлениях различается не более чем в 4 раза (рис. 6, а) и более чем в 4 раза (рис. 6, b). Для первого типа максимумов, соответствующих компактно локализованным спекл-элементам, наблюдается уменьшение их общего числа от 21 до 1 с ростом z от 0 до 10270 в случае линейной среды. Для нелинейной среды в интервале от 790 до 6320 общее число компактно локализованных максимумов превышает соответствующее число максимумов поля для линейной среды. Наибольшее общее число максимумов первого типа составляет 40 при  $z = 3870\lambda$  для одной из реализаций поля и 41 при z = 34001 — для другой. Избыточное по сравнению со случаем линейной среды число максимумов поля отражает развитие пространственной неупорядоченности в поперечной структуре пучка и сильное перемешивание избыточных спекл-элементов [7]. Случайно расположенные в поперечной плоскости спекл-элементы первого типа прочерчивают вдоль оси z криволинейные трубки, которые сложным образом переплетаются между собой. Ясно, что такие трубки — узкие микроволноводные каналы с высокой интенсивностью света. Поскольку среда нелинейна, то автоматически реализуется конфигурация поля типа спеклон [7, 14], когда имеется пространственное совпадение неоднородностей интенсивности поля с неоднородностями показателя преломления среды. Ограниченная протяженность вдоль z таких трубок определяет длину спекл-элементов поля первого типа.

Для максимумов поля второго типа, соответствующих спекл-элементам с явно выраженной протяженной серповидной формой в поперечной плоскости,

![](_page_7_Figure_3.jpeg)

*Рис. 6.* Зависимость числа локальных максимумов поля в квадранте поперечного сечения x, у от координаты  $\hat{z}$ :

а — для локальных максимумов первого типа (компактные спекл-элементы); b — для локальных максимумов второго типа (протяженные серповидные спекл-элементы); I — нелинейная среда, первая реализация; 2 — линейная среда. Размеры квадранта 240λ × 240λ

![](_page_8_Figure_0.jpeg)

Рис. 7. Зависимость от координаты 2 числа совпадающих спекл-элементов и полного их числа в квадранте поперечного сечения для двух реализаций поля в нелинейной среде:
 кривая I — для числа совпадающих спекл-элементов; кривая 2 — для полного числа спекл-элементов. Размеры квадранта 2400 × 2400

аналогичные зависимости для случаев нелинейной и линейной сред показаны на рис. 6, *b*.

С ростом  $\hat{z}$  при  $\hat{z} > 0$  постепенно уменьшается удельное число спекл-элементов в поперечной плоскости, координаты которых совпадают у двух реализаций поля в нелинейной среде (рис. 7). Так, при  $\hat{z} = 0$  у обеих реализаций поля совпадают координаты  $x^i$ ,  $y^i$  практически всех спекл-элементов. В свою очередь, при  $\hat{z} = 5530\lambda$  совпадают координаты  $x^i$ ,  $y^i$  лишь у 6 % от общего числа спекл-элементов в поперечной плоскости. На рис. 7 (кривая 2) показана зависимость полного числа спекл-элементов в поперечной плоскости от координаты z для двух реализаций нелинейного поля.

Типичная картина поля в нелинейной среде представлена на рис. 8 для различного набора поперечных сечений.

Можно утверждать, что структурная нестабильность начинает развиваться в нелинейной среде при  $z > 2370\lambda$ , т. е. намного раньше достижения плоскости с наибольшей интенсивностью поля, когда основные кардинальные точки волновых реализаций еще совпадают. В пользу такого начала развития пространственной турбулентности в нединейной среде свидетельствует и рис. 3, откуда видно, что, начиная лишь с  $z = 2370\lambda$ , зависимость  $\delta\Phi(z)$  меняет свой характер: плато при  $z < 2370\lambda$  сменяется резким подъемом при  $z > 2370\lambda$ .

Если форма волнового фронта, поступающего на вход в систему, будет слабо флуктуировать во времени, подвергаясь действию случайных процессов, то в области фокусировки поля в нелинейной среде будет налицо и временная турбулентность, т. е. через определенные интервалы времени  $\tau$  околофокусное трехмерное образование будет иметь структуру, отличную от существовавшей в предыдущий момент времени, и структуры, которые не трансформируются друг в друга посредством преобразования диффеоморфизма. Здесь подразумевается, что временной интервал  $\tau$  больше времени поляризуемости нелинейной среды.

Из сравнения изображений волновых образований, представленных на рис. 1 для случаев нелинейной и линейной сред в продольной плоскости уOz, видно, что самодифракция в нелинейной среде эквивалентна дифракции «вылетающего» излучения на краю суживающегося волновода. При этом «брызги» и «нитевидные выбросы», наблюдаемые после области наибольшего сжатия пучка и разлетающиеся вперед в широком интервале углов, и есть поле дифракции на краю самоиндуцированного в нелинейной среде суживающегося волновода.

Практически важным результатом данного исследования является то, что в среде с нелинейностью показателя преломления возможно получение больших значений локальной интенсивности, чем в случае линейной среды, за счет использования при фокусировке волнового фронта, деформированного сферической аберрацией и астигматизмом.

40

-

![](_page_9_Figure_0.jpeg)

Рис. 8. Распределение интенсивности околофокусного волнового поля в нелинейной среде для различного набора поперечных сечений x, y.

Координата 2,  $\lambda$ : a = 1580; b = 3160; c = 4740; d = 5530; e = 6320; f = 7900. Размер квадранта  $240\lambda \times 240\lambda$ 

Таким образом, при фокусировке в однородной нелинейной среде волнового фронта специальной формы нелинейные взаимодействия парциальных волн приводят к появлению сложных хаотически расположенных в поперечной плоскости ярких пятен (спекл-элементов). Это связано с возникновением хаоса в нелинейных волновых полях по мере распространения волны в *z*-направлении [15, 16]. С ростом *z* при  $z > 2370\lambda$  имеет место распадная неустойчивость волнового образования, которая вызвана хаотическим поведением фаз взаимодействующих парциальных волн и переходом к слабой турбулентности.

4. Интерпретация возникновения хаоса. Волновой пучок, образующийся при фокусировке, можно мысленно разбить на множество (около  $10^5$ ) парциальных плоских волн, исходящих из областей, равномерно распределенных по исходной апертуре волнового фронта при z = 0. Появление пространственного хаоса тогда легко понять при геометрооптическом рассмотрении нелинейного взаимодействия множества парциальных волн в среде с нелинейностью показателя преломления.

Известно, что в каждую точку каустической зоны, возникающей при эволюции сложного волнового фронта, может приходить несколько парциальных волн. В нашем случае в каждой точке центральной части области фокусировки интерферируют, по меньшей мере, пять парциальных лучей. В свою очередь, в каждой точке, расположенной в узком слое снаружи центральной части области фокусировки, интерферируют, по меньшей мере, три парциальных

луча [9]. Рассмотрим первый слой нелинейной среды толщиной  $\Delta z$ . Падающие

парциальные лучи при этом рассеиваются на слабых неоднородностях показателя преломления ( $\Delta n \leq 0,01$ ), наводимых полем интерференции этих же парциальных волн. В первом приближении это расссяние можно рассматривать как возмущение, воздействующее только на фазу каждой парциальной волны, но не на ее амплитуду. При этом каждый парциальный луч при таком рассеянии испытывает небольшое боковое смещение. В результате в следующий слой среды приходят рассеянные парциальные лучи, которые снова рассеиваются на слабой неоднородности, индуцированной полем интерференции последних парциальных волн и т. д. При нелинейном взаимодействии с большим числом парциальных волн и т. д. При нелинейном взаимодействии с большим испотоков в протяженной фокусной области имеют сложный нерегулярный запутанный вид. Изложенное является иллюстрацией хорошо известного тезиса о том, что слабая турбулентность в волновом процессе воз-

никает при наличии большого числа волн, слабо взаимодействующих между

собой [17—19]. Рассмотрим в шестимерном пространстве (р, г) криволинейную фазовую траскторию отдельного парциального луча [20]. Здесь три координаты вектора р задают локальное направление луча в точке  $\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)$ , через которую проходит луч в физическом пространстве. Через каждую точку в фазовом пространстве может проходить только одна фазовая траектория. Такая траектория будет хаотической при большом исходном числе лучей, участвующих во взаимодействиях. Так, если выбрать произвольный парциальный луч и немного изменить либо его интенсивность, либо его положение в пространстве, то после ряда актов расссяния в нелинейной среде возмущенная трасктория парциального луча станет совсем непохожей на исходную. Таким образом, для каждого исходного парциального луча при малых внешних возмущениях близкие вначале фазовые траектории лучей быстро «разбегаются» друг от друга с ростом z. Это «разбегание» траекторий и приводит к турбулизации волнового потока. В результате в области фокусировки возникает сложная спеклонная структура, имеющая характерный масштаб в поперечном ссчении порядка одной ячейки картины поля. Турбулизация появляется за счет постоянно присутствующих и носящих случайный характер ничтожно малых возмущений волнового фронта, первично подвергаемого фокусировке. Именно внешние возмущения волнового фронта и создают турбулизацию. Их можно рассматривать как некоторый хаотический шум. Нелинейная среда при больших интенсивностях света в области фокусировки действует как усилитель приходящего извне шума. За счет огромного коэффициента усиления такого усилителя даже очень малое возмущение исходного волнового фронта радикально меняет лучевую и волновую картины анализирусмого поля.

Отметим, что в [21] было доказано появление хаоса при интерференции двух волн в нелинейной среде. Там же указывалось на возможность возникновения хаоса в экспериментах по светоиндуцированной самодифракции.

#### выводы

Нелинейные эффскты разрушают структурно-устойчивую дифракционную катастрофу в области фокусировки, и возникающее в новой ситуации околофокусное образование имеет турбулентное по пространству и во времени распределение амплитуды поля. Пространственная турбулентность (в данной ситуации это не что иное, как структурная нестабильность) вытекает непосредственно из компьютерных экспериментов. Временная турбулентность будет иметь место в том случае, ссли малые флуктуации формы исходного волнового фронта будут различны через интервалы времени, большие времени поляризации среды.

Данная работа частично выполнена в рамках проекта «Рентгеновские лазеры на фуллеренах» Института высокопроизводительных вычислений и баз данных Министерства науки РФ при поддержке Российской программы «Фуллерены и атомные кластеры».

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Hannay J. N. Natural focusing and catastrophes // IEE Proc. 1983. 130. Pt. F, N 7. P. 623.
- 2. Berry M. V., Upstill C. Catastrophe optics: morphologies of caustics and their diffraction patterns // Progress in Optics /Ed. E. Wolf. North-Holland, 1980. 18. P. 257.
- 3. Коробкин В. В., Полонский Л. Я., Попонин Л. Я., Пятницкий Л. Н. Фокусировка гауссовых и гипергауссовых лазерных пучков аксиконами для получения сплошных лазерных искр // Квантовая электрон. 1986. 13, вып. 2. С. 265.
- 4. Марин М. Ю., Полонский Л. Я., Пятницкий Л. Н. Онтический пробой атмосферного воздуха при аксиконной фокусировке // Письма в ЖТФ. 1986. 12, вып. 3. С. 146.
- Wülker C., Theobald W., Ouw D. et al. Short-pulse laser-produced plasma from C<sub>60</sub> molecules // AIP Conf. Proc. 1994. N 332. P. 121. (Proc. 4th Intern. Colloquium on X-Ray Lasers /Ed. D. C. Eder, D. L. Mattuas). Williamsbury, USA, 1994.
- Андреев Н. Е., Аристов Ю. А., Полонский Л. Я., Пятницкий Л. Н. Бесселевы пучки электромагнитных волн: самовоздействие и нелинейные структуры // ЖЭТФ. 1991. 100, вып. 6(12). С. 1756.
- 7. Зельдович Б. Я., Пилипецкий Н. Ф., Шкунов В. В. Обращение волнового фронта при вынужденном рассеянии света // УФН. 1982. 138, вып. 2. С. 249.
- Волынкин В. М., Гаврилов О. Д., Чертков А. А. ОВФ излучения микросскундной длительности при ВРМБ сфокусированных в жидкость световых пучков // Письма в ЖТФ. 1986.
   12, вып. 7. С. 409.
- Осипов В. Ю. Дифракционная катастрофа в области фокусировки волнового фронта, деформированного сферической аберрацией и аберрацией астигматизма // Автометрия. 1996. № 5. С. 48.
- Луговой В. Н., Прохоров А. М. Теория распространения мощного лазерного излучения в нелинейной среде // УФН. 1973. 111, вып. 2. С. 203.
- 11. Коротесв Н. И., Шумай И. Л. Физика мощного лазерного излучения. М.: Наука, 1991.
- Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. Онтическая голография: Пер. с англ. М.: Мир, 1973. (Collier R., Burckhardt C., Lin L. Optical Holography. New York, London: Academic Press, 1971).
- 13. Компьютеры в оптических исследованиях /Под ред. Б. Фридена: Пер. с англ. М.: Мир, 1983. (The Computer in Optical Research: Methods and Applications /Ed. B. R. Frieden. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1980).
- Зельдович Б. Я., Шкунов В. В., Яковлева Т. В. Голограммы спекл-полей // УФН. 1986. 149, вып. З. С. 511.
- Зосимов В. В., Лямшев Л. М. Фракталы в волновых процессах // УФН. 1995. 165, вып. 4. С. 361.
- 16. Ахманов С. А. Метод Хохлова в теории нелинейных волн // УФН. 1986. 149, вып. 3. С. 361.
- 17. Кадомцев Б. Б., Карпман В. И. Нелинейные волны // УФН. 1971. 103, вып. 2. С. 193.
- 18. Гурбатов С. Н., Саичев А. И., Якушкин И. Г. Нелинейные волны и одномерная турбулентность в средах без дисперсии // УФН. 1983. 141, вып. 2. С. 221.
- 19. Руденко О. В. Нелинейные пилообразные волны // УФН. 1995. 165, вып. 9. С. 1011.
- 20. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980.
- Горшков В. Г., Данилейко Ю. К., Лебедева Т. П., Нестеров Д. А. Переход от гармонического поведения к хаосу при интерференции плоских волн в нелинейной среде // Письма в ЖЭТФ. 1987. 45, вып. 4. С. 196.

Поступила в редакцию 3 апреля 1997 г.